



**LISBOA
SCHOOL OF
ECONOMICS &
MANAGEMENT**

MESTRADO
FINANÇAS

TRABALHO FINAL DE MESTRADO
TRABALHO DE PROJETO

RISCO DE MODELO: ANÁLISE À ROBUSTEZ DO CREDITMETRICS

MARINA PEREIRA RUIVO

SETEMBRO - 2013



**LISBOA
SCHOOL OF
ECONOMICS &
MANAGEMENT**

**MESTRADO EM
FINANÇAS**

TRABALHO FINAL DE MESTRADO
TRABALHO DE PROJETO

RISCO DE MODELO: ANÁLISE À ROBUSTEZ DO CREDITMETRICS

MARINA PEREIRA RUIVO

ORIENTAÇÃO:

PROF. DOUTORA RAQUEL MEDEIROS GASPAR

SETEMBRO - 2013

RESUMO

Os modelos internos de risco de crédito são uma ferramenta essencial na atividade de gestão das instituições bancárias. A dependência das instituições financeiras na utilização destes modelos e a credibilidade que lhes é depositada podem, em ambientes de grande instabilidade, gerar resultados enviesados. A avaliação do *CreditVaR* da carteira, utilizando um modelo de crédito como o *CreditMetrics*, é um exemplo disso.

O *CreditMetrics*, desenvolvido pela J.P.Morgan em 1997, avalia a distribuição das alterações do valor futuro da carteira com base na análise da migração da qualidade de crédito dos emitentes.

Este projeto pretende analisar os riscos que a variação dos principais parâmetros do modelo *CreditMetrics* - matriz de transição de *ratings*, taxa de recuperação e correlação entre os ativos - tem sobre o risco de uma carteira de crédito real, pertencente a um banco de investimento português. Para além do impacto em termos da medida *CreditVaR* analisa-se, de forma mais abrangente, o impacto da variação desses parâmetros no valor esperado e na forma da própria distribuição de perdas da carteira.

Palavras-chave: CreditVaR; Risco de Modelo; Modelos Internos de Risco de Crédito.

ABSTRACT

Internal credit risk models are an essential tools risk management of banks. The dependence of financial institutions on the use of these models and their trust on them, in environments of highly volatility, may generate biased results. The evaluation of portfolio *CreditVaR* using an internal credit risk model as *CreditMetrics* is one example of this.

The *CreditMetrics* model, developed by J.P.Morgan in 1997, evaluates the distribution of changes in the future value of a portfolio based on the analysis of the migration of the credit quality of the issuers of securities in portfolio.

This project aims at analyze the effects of shocks of the main parameters of the *CreditMetrics* model - transition matrix of credit quality, recovery rate and correlation between assets - on the risk of a real credit portfolio owned by a Portuguese investment bank. Beyond the impact they have in terms of the measure *CreditVaR* we analyze, more broadly, the impact of these shocks on value of expected loss and the form of the portfolio loss distribution.

Keywords: CreditVaR; Model Risk; Internal Credit Risk Models.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. ENQUADRAMENTO	3
2.1. RISCO DE MODELO.....	3
2.2. O MODELO CREDITMETRICS	5
2.2.1. PARÂMETROS CHAVE	7
2.2.2. GERAÇÃO DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS.....	14
2.2.3. ANÁLISE DE RISCO	16
3. DADOS E METODOLOGIA.....	18
3.1. IMPACTO DA VARIAÇÃO DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE RATINGS	21
3.2. IMPACTO DA VARIAÇÃO DA TAXA DE RECUPERAÇÃO	23
3.3. IMPACTO DA VARIAÇÃO DA CORRELAÇÃO	24
4. ANÁLISE DOS RESULTADOS	25
4.1. ANÁLISE DO IMPACTO DA VARIAÇÃO DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE RATINGS ..	25
4.2. ANÁLISE DO IMPACTO DA VARIAÇÃO DA TAXA DE RECUPERAÇÃO	27
4.3. ANÁLISE DO IMPACTO DA VARIAÇÃO DA CORRELAÇÃO	29
5. CONCLUSÕES	32
6. LIMITAÇÕES E TÓPICOS DE INVESTIGAÇÃO FUTURA.....	34
7. BIBLIOGRAFIA.....	35
ANEXO	38

LISTA DE ABREVIATURAS

BCBS - *Basel Committee on Banking Supervision*

BIS - *Bank for International Settlements*

CrVaR – *CreditVaR*

IRB – *Internal Ratings Based*

VaR – *Value-at-Risk*

LISTA DE TABELAS

TABELA 1. MATRIZ DE MIGRAÇÃO DA QUALIDADE DE CRÉDITO, NORMALIZADA. PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO DE MÉDIA HISTÓRICA.....	7
TABELA 2. GENERALIZAÇÃO DO MODELO DE MERTON.....	11
TABELA 3. COMPOSIÇÃO DA CARTEIRA POR NÍVEIS DE RATING, 31 DE DEZEMBRO DE 2012.	18
TABELA 4. TAXAS MÉDIAS DE RECUPERAÇÃO POR NÍVEL DE SENIORIDADE.	19
TABELA 5. DEFINIÇÃO DO CENÁRIO BASE.....	21
TABELA 6. DEFINIÇÃO DOS CENÁRIOS ALTERNATIVOS DE ACORDO COM DIFERENTES MATRIZES DE TRANSIÇÃO.	23
TABELA 7. DEFINIÇÃO DOS CENÁRIOS ALTERNATIVOS DE ACORDO COM DIFERENTES TAXAS DE RECUPERAÇÃO.....	24
TABELA 8. DEFINIÇÃO DOS CENÁRIOS ALTERNATIVOS DE ACORDO COM DIFERENTES MATRIZES DE CORRELAÇÃO.	24
TABELA 9. RESULTADOS DA VARIAÇÃO DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE RATINGS - MATRIZES DE MÉDIA HISTÓRICA.....	25
TABELA 10. RESULTADOS DA VARIAÇÃO DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE RATINGS - MATRIZES DE 2012.....	26
TABELA 11. RESULTADOS DA VARIAÇÃO DA TAXA DE RECUPERAÇÃO.....	29
TABELA 12. RESULTADOS DA VARIAÇÃO DA CORRELAÇÃO.....	30
TABELA A.1. DESCRIÇÃO DA CARTEIRA EM ANÁLISE POR TÍTULO OBRIGACIONISTA	39
TABELA A.2. MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE MÉDIA HISTÓRICA ESTIMADA PELA FITCH	40

TABELA A.3. MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE MÉDIA HISTÓRICA ESTIMADA PELA MOODY'S.	40
TABELA A.4. MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE MÉDIA HISTÓRICA ESTIMADA PELA STANDARD&POOR'S	40
TABELA A.5. VARIAÇÃO DAS PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO (MATRIZ DE MÉDIA HISTÓRICA MOODY'S Vs.CENÁRIO BASE)	41
TABELA A.6. VARIAÇÃO DAS PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO (MATRIZ DE MÉDIA HISTÓRICA FITCH Vs. CENÁRIO BASE)	41
TABELA A.7. MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE 2012, ESTIMADA PELA S&P	41
TABELA A.8. MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE 2012, ESTIMADA PELA MOODY'S	41
TABELA A.9. MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE 2012, ESTIMADA PELA FITCH	42
TABELA A.10. VARIAÇÃO DAS PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO (MATRIZ DA MOODY'S 2012 Vs. CENÁRIO BASE)	42
TABELA A.11. VARIAÇÃO DAS PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO (MATRIZ DA S&P 2012 Vs. CENÁRIO BASE)	42
TABELA A.12. VARIAÇÃO DAS PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO (MATRIZ DA FITCH 2012 Vs. CENÁRIO BASE)	42
TABELA A.13. MATRIZ DE CORRELAÇÃO	43
TABELA A.14. DESCRIÇÃO ESTATÍSTICA DAS DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS RELATIVAS À VARIAÇÃO DAS MATRIZES DE TRANSIÇÃO DE RATING, MATRIZES HISTÓRICAS	44
TABELA A.15. DESCRIÇÃO ESTATÍSTICA DAS DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS RELATIVAS À VARIAÇÃO DAS MATRIZES DE TRANSIÇÃO DE RATING, MATRIZES DE 2012.....	45
TABELA A.16. DESCRIÇÃO ESTATÍSTICA DAS DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS RELATIVAS À VARIAÇÃO DA TAXA DE RECUPERAÇÃO	47
TABELA A.17. DESCRIÇÃO ESTATÍSTICA DAS DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS RELATIVAS À VARIAÇÃO DA CORRELAÇÃO	48

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. METODOLOGIA DO <i>CREDITMETRICS</i>	6
FIGURA 2. PONTOS DE MIGRAÇÃO (Z), REPRESENTADOS PELAS LINHAS VERTICAIS.....	12
FIGURA 3. COMPARAÇÃO DO $CrVaR$ PARA OS CENÁRIOS ALTERNATIVOS DE TAXA DE RECUPERAÇÃO.....	28

FIGURA 4. COMPARAÇÃO DAS MEDIDAS DE RISCO ESTIMADAS PARA OS CENÁRIOS ALTERNATIVOS DE CORRELAÇÃO.....	31
FIGURAS A.1. E A.2. COMPOSIÇÃO DA CARTEIRA POR PAÍS E POR SETOR	40
FIGURA A.3. HISTOGRAMAS DAS DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS RELATIVAS À VARIAÇÃO DAS MATRIZES DE TRANSIÇÃO DE RATING, MATRIZES HISTÓRICAS	44
FIGURA A.4. HISTOGRAMAS DAS DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS RELATIVAS À VARIAÇÃO DAS MATRIZES DE TRANSIÇÃO DE RATING, MATRIZES DE 2012	45
FIGURA A.5. HISTOGRAMAS DAS DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS RELATIVAS À VARIAÇÃO DA TAXA DE RECUPERAÇÃO	46
FIGURA A.6. HISTOGRAMAS DAS DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS RELATIVAS À VARIAÇÃO DA CORRELAÇÃO	48

1. INTRODUÇÃO

O elevado volume de perdas de capital assim como o rigor exigido pelas instituições reguladoras, conduziram a que os modelos de gestão de risco de crédito assumissem um papel fundamental na atividade de gestão bancária. Basileia II menciona a importância da utilização de modelos quantitativos como suporte na estimação do risco de crédito e no cálculo da adequação do capital mínimo exigido (BCBS, 2001).

Embora as instituições financeiras enfrentem uma diversidade de riscos financeiros, o despoletar da situação financeira atual gerou um enorme desafio ao nível da gestão do risco de crédito. A exposição a este risco tem crescido exponencialmente e a necessidade de adotar técnicas sofisticadas para a sua gestão tem-se tornado evidente.

Segundo Bessis (2002) o risco de crédito “(...) *is the first of all risks in terms of importance. (...) a major source of loss, is the risk that customers default, meaning that they fail to comply with their obligations to service debt.*”

O risco de crédito caracteriza-se pela relação de incerteza quanto à capacidade da contraparte em cumprir as suas obrigações futuras (ECB, 2007).

A aplicação do modelo *CreditMetrics* como modelo interno de risco de crédito, implica a estimação da probabilidade conjunta do retorno dos ativos (Gupton et al. 1997), aliada à determinação do nível da qualidade de crédito futuro para cada um dos emitentes e tomando como referência o *Merton's Asset Value Model* (1974). O *default* de um emitente ocorre se o valor do seu ativo for inferior a um limite definido, que corresponde ao passivo da empresa.

O *CreditMetrics* considera que o *CrVaR* e, consequentemente, o montante mínimo de capital exigido é influenciado por diversos parâmetros, dos quais se destaca, a migração da qualidade de crédito dos emitentes. Este modelo proporciona um ponto de referência para analisar os problemas decorrentes da utilização do *VaR* numa carteira de crédito (Saunders e Allen, 2002).

As fontes de risco do modelo são facilmente observáveis, mas o seu impacto quantitativo é difícil de determinar (Simons, 1997).

Bucay e Rosen (1999), num estudo que consta na análise do risco de crédito de uma carteira artificial de obrigações emitidas em mercados emergentes, concluem que a distribuição das perdas é muito sensível aos parâmetros da correlação entre os ativos e à matriz de transição de *ratings*. Sendo que a alteração destes parâmetros tem um efeito substancial na estimativa de reservas mínimas de capital exigidas pelas instituições reguladoras. No entanto, autores como Crouhy et al. (2000) ou Hamerle e Roesch (2006) mostram que o método de estimação dos parâmetros de entrada do modelo é um elemento essencial na análise do risco de modelo, na medida em que erros induzidos na sua estimação podem ser responsáveis por diferentes avaliações de risco.

Neste contexto, pretendemos diferenciar o estudo que se segue da bibliografia anterior, explorando os riscos decorrentes da utilização do modelo *CreditMetrics* na avaliação do risco de crédito de uma carteira real, de um banco de investimento português. Mostrando que erros nos dados utilizados e nos pressupostos assumidos, relativamente aos parâmetros do modelo, poderão influenciar claramente os resultados financeiros das instituições bancárias, levando a diferentes conclusões sobre o risco de crédito da carteira.

O trabalho está organizado da seguinte forma. No Capítulo 2 fazemos um enquadramento do tema onde, na Secção 2.1 apresentamos uma breve revisão bibliográfica sobre o risco de modelo, na Secção 2.2. descrevemos sumariamente a abordagem do *CreditMetrics*, a sua forma aplicação, os principais parâmetros e introduzimos, também, a medida de risco *CrVaR*. No Capítulo 3 serão apresentados os dados e a metodologia utilizada. No Capítulo 4 expomos os principais resultados encontrados. No Capítulo 5 apresentamos as conclusões e, por fim, no Capítulo 6 enunciamos as limitações deste estudo, assim como possíveis tópicos de investigação futura.

2. ENQUADRAMENTO

2.1. RISCO DE MODELO

Os modelos internos têm vindo a desempenhar um papel cada vez mais importante na tomada de decisões financeiras. Apesar da complexidade e dos riscos decorrentes da sua utilização, continuam a ser considerados ferramentas indispensáveis no desenvolvimento de novos produtos financeiros. Assim como na valorização individual de instrumentos financeiros e na avaliação dos riscos de carteiras agregadas (Simons, 1997).

A dependência destes modelos na gestão dos riscos das organizações pode transportar os seus próprios riscos. As fontes de risco de modelo em modelos de gestão e avaliação incluem (Kato e Yoshida, 2000) [1] a utilização de pressupostos errados, [2] erros na estimativa dos parâmetros, [3] erros resultantes da discretização, [4] erros em

dados de mercado, [5] diferenças entre a distribuição assumida e a distribuição real, e [6] erros na estrutura do modelo.

Alguns dos parâmetros dos modelos, como por exemplo a volatilidade, não são diretamente observáveis e poderão ter de ser estimados através de dados históricos. Contudo, diferentes métodos de estimação poderão produzir resultados muito distintos. De acordo com a linha de pensamento de Simons (1997), os erros decorrentes da estimação dos parâmetros do modelo são considerados um dos maiores riscos em modelos de gestão e avaliação de risco. Para além disso, os modelos assumem, muitas vezes, hipóteses simplificadoras que se tornam necessariamente irrealistas, tal como o tipo de distribuição assumida para o retorno dos ativos.

Segundo Derman (1996) o risco de modelo surge da sensibilidade dos resultados e das decisões face à escolha e à incerteza sobre a adequação do modelo. Contudo, para Kato e Yoshida (2000) o risco de modelo é definido como “o risco de não estimar com precisão a probabilidade de perdas futuras”.

A validação do modelo interno e a precisão da previsão representam questões chave para os bancos e para os seus reguladores. Isso tem levado a inúmeros esforços para testar os modelos e determinar a sua exatidão preditiva (Saunders e Allen, 2002).

A confiança depositada nos modelos internos de risco de crédito e, consequentemente, nos resultados obtidos é de tal forma elevada que leva, muitas vezes, os gestores de risco imputarem diretamente esses resultados às demonstrações financeiras, os quais poderão diferir significativamente da realidade.

De seguida apresentamos o modelo *CreditMetrics*, utilizado como modelo de referência para o estudo em causa.

2.2. O MODELO *CREDITMETRICS*

A determinação e gestão do risco de crédito, referente a uma carteira constituída por títulos obrigacionistas, empréstimos ou derivados de crédito, tem vindo a assumir uma das principais preocupações para as instituições financeiras. Em ambientes de incerteza, como o que vivemos atualmente, a variação do valor de uma carteira de crédito, assim como, a possibilidade de que as perdas sejam superiores ao cenário esperado são problemáticas para as quais as instituições procuram as melhores soluções.

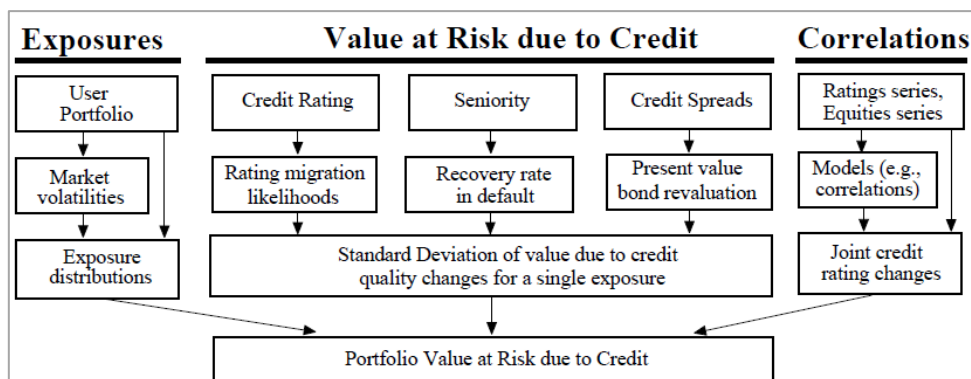
Com a evolução do sistema financeiro e as consequentes dificuldades em lidar com a gestão do risco, as instituições financeiras procuram abordagens quantitativas capazes de fornecer estimativas das possíveis perdas futuras da carteira.

No fim da década de 90, foram desenvolvidos vários modelos internos de risco de crédito, tais como: o *CreditMetrics* (Gupton et al., 1997), o *CreditRisk+* (Credit Suisse Financial Products, 1997), *CreditPortfolioView* (Wilson, 1998) e o *KMV's Portfolio Manager* (Kealhofer, 1996). Apesar destes modelos aparentarem ser muito diferentes relativamente aos seus pressupostos base, vários autores mostram que existe uma equivalência matemática entre eles (Crouhy et al., 2000; Gordy, 2000; Hamerle e Roesch, 2006).

O sucesso da abordagem do *CreditMetrics* deve-se à disponibilização do documento técnico de forma transparente, facilitando a compreensão da sua forma de aplicação ao público em geral.

A Figura 1 apresenta, de um modo simplificado, o conjunto de *inputs* considerados neste modelo. Como podemos verificar a avaliação do risco de crédito exige várias fontes de informação, o que reflete um certo grau de complexidade.

Figura 1. Metodologia do *CreditMetrics*¹



Um dos principais *inputs* a ter em conta na construção da distribuição do valor futuro da carteira é a probabilidade de migração da qualidade de crédito, expressa em termos de avaliações de crédito disponibilizadas pelas agências de *rating*. Ou seja, esta abordagem assume que o risco a que a carteira está exposta, explicado pelas alterações do valor futuro, resulta não só da probabilidade de *default* mas também de eventuais migrações na qualidade de crédito dos emitentes, motivadas por certos eventos de crédito (Gordy, 2000).

O *CreditMetrics* visa avaliar o risco de crédito da carteira através da construção de um “cenário” que não é directamente observável, procurando explicar as alterações futuras do valor da carteira de crédito num determinado horizonte temporal, geralmente um ano (Crouhy et al, 2000). Como tal, a simulação da distribuição das alterações do

¹ Fonte: Gupton et al., *CreditMetrics* Technical Document, 1997.

valor futuro da carteira considera três parâmetros chave: [1] matriz de transição de *ratings*, [2] taxa de recuperação e [3] a correlação entre os ativos.

De seguida explicamos, detalhadamente cada um destes parâmetros.

2.2.1. PARÂMETROS CHAVE

Como foi dito na secção anterior, o *CreditMetrics* incorpora as probabilidades de migração da qualidade de crédito de cada um dos emitentes na avaliação do risco de crédito da carteira, isto é, a probabilidade de descer, subir ou manter o nível de *rating* inicial.

A Tabela 1 representa um exemplo de uma **matriz de transição**, normalizada², entre diferentes níveis de *rating*, para um horizonte temporal de um ano. Com base neste quadro podemos concluir que a probabilidade de um emitente classificado inicialmente como *Baa* migrar para o nível *A*, ao fim de um ano, corresponde a 3,78%.

Tabela 1. Matriz de migração da qualidade de crédito, normalizada. Probabilidades de transição de média histórica³.

Rating Inicial	Probabilidades de Transição ao fim de um ano (1981-2012)							
	<i>Aaa</i>	<i>Aa</i>	<i>A</i>	<i>Baa</i>	<i>Ba</i>	<i>B</i>	<i>Caa-C</i>	<i>Default</i>
<i>Aaa</i>	90,23%	9,00%	0,56%	0,05%	0,08%	0,03%	0,05%	0,00%
<i>Aa</i>	0,56%	89,94%	8,71%	0,59%	0,06%	0,08%	0,02%	0,02%
<i>A</i>	0,03%	1,95%	91,58%	5,80%	0,38%	0,16%	0,02%	0,07%
<i>Baa</i>	0,01%	0,13%	3,78%	90,90%	4,15%	0,65%	0,15%	0,24%
<i>Ba</i>	0,02%	0,04%	0,17%	5,73%	84,30%	7,97%	0,80%	0,96%
<i>B</i>	0,00%	0,03%	0,13%	0,26%	6,14%	83,60%	4,98%	4,87%
<i>Caa-C</i>	0,00%	0,00%	0,19%	0,28%	0,85%	15,99%	51,28%	31,41%

² A normalização deste tipo de matrizes ocorre de modo a eliminar da amostra as empresas cujos *ratings* foram retirados ou que migram para o estado NR (*not rated*). Ver Ramaswamy (2004).

³ Com base na matriz de transição retirada do relatório de investigação da Standard & Poor's em 2012.

As probabilidades de migração da qualidade de crédito são apresentadas numa *Matriz de Markov* homogénea, com base em dados históricos. Contudo, a condição de homogeneidade é geralmente irrealista devido à influência de fatores económicos externos - tais como o ciclo de negócio e o sector industrial - sobre o nível de *rating* dos emitentes (Allen e Saunders, 2003). Duas empresas com o mesmo nível de *rating* podem ter probabilidades de transição diferentes.

As matrizes de transição de *ratings* não são constantes num determinado período de tempo, e a variação deste parâmetro tem um impacto significativo sobre o risco de crédito da carteira (Nickell et al, 2000; Jafry e Schuermann, 2004; Frydman e Schuermann, 2008).

As matrizes de transição são publicadas pelas agências de *rating* – *S&P*, *Moody's* e *Fitch* – que estimam as probabilidades de migração pelo método *Cohort* (Jafry e Schuermann, 2004). Isto é, sabendo que $p_{ij}(\Delta t)$ corresponde à probabilidade de migração do nível de *rating* i para j no fim do horizonte temporal e que $\Delta t = 1$ ano. Então, supondo que existem n_i empresas no nível de *rating* i no início do ano, e que n_{ij} migraram para o nível j no final do ano. A estimativa da probabilidade de transição $p_{ij}(\Delta t = 1)$ é $p_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_i}$.

Qualquer migração de crédito que ocorra entre este intervalo de tempo é ignorada. As probabilidades de transição obtidas são agregadas ao longo dos anos para estimar a probabilidade de transição média histórica.

No entanto alguns autores consideram que este método de estimação é inadequado (Jafry e Schuermann, 2004; Frydman e Schuermann, 2008), na medida em que as

probabilidades não são ajustadas à situação económica. Para certos níveis de *rating* são obtidas probabilidades de transição iguais, ou muito próximas, a 0%⁴. Contudo, Basileia II (BCBS, 2001) define um limite mínimo de 0,03% para a estimativa da *PD* que pode ser utilizado no cálculo do capital mínimo exigido através da abordagem do *rating* interno (IRB).

Apesar da matriz de transição da qualidade de crédito constituir um elemento essencial no modelo *CreditMetrics*, representa apenas o primeiro passo na modelagem do risco de crédito, pois não contém nenhuma informação sobre as correlações de transição de *rating* para os diferentes títulos de crédito da carteira (Gupton et al., 1997).

O *CreditMetrics* fundamenta a sua avaliação na probabilidade conjunta do retorno dos ativos, que por sua vez resulta de pressupostos simplificadores sobre a estrutura de capital e no processo de geração do retorno dos ativos dos emitentes (Gupton et al., 1997; Crouhy et al., 2000; Gordy, 2000).

Supondo que estamos perante uma visão irreal do mundo onde as empresas enfrentam apenas dois estados, “*default*” e “*não-default*”, o *Merton’s Asset Value Model* (1974) é utilizado para estimar o *rating* no horizonte temporal de risco pré-determinado. Esta abordagem permite definir um limite de *default* para o retorno dos ativos. Considerando V_t o valor dos ativos da empresa no instante t , e sendo R os seus retornos logaritmizados normalmente distribuídos, Merton (1974) assume que V_t segue um *Movimento Browniano Geométrico* tal que,

$$dV_t = uV_t dt + \sigma V_t dz_t \quad \forall t \in \mathbb{R}^+ \quad (2.1)$$

⁴ Por exemplo, de acordo com a Tabela 1 a probabilidade de um título classificado inicialmente como Aaa migrar, ao fim de um ano, para *default*, é de 0%.

com valor esperado $u \in \mathbb{R}$ e volatilidade do retorno dos ativos $\sigma > 0$. Em que z_t é um processo de *Wiener* generalizado, ou seja, $z_0 = 0$ e $z_t \sim N(0, t)$.

Num mercado perfeito, V_t é independente da estrutura de capital da empresa e resulta, simplesmente, da soma do valor da dívida e do capital próprio. Considerando que a empresa é financiada apenas pelo capital próprio e por uma obrigação cupão-zero, com vencimento no momento t e valor facial F , e assumindo que todos os ativos da empresa poderiam ser convertidos em dinheiro no momento t , a sua dívida será liquidada na totalidade se o valor residual dos ativos V_t exceder o valor facial F da dívida. Caso contrário a empresa entrará em *default*. Em resultado disso o valor do capital próprio da empresa, em t é dado por

$$S_t = \max[V_t - F, 0], \quad (2.2)$$

que corresponde a uma “*call option*” sobre os ativos da empresa com preço de exercício igual ao valor do passivo da empresa.

Como a probabilidade de *default*, $P_{Def} = [V_t < F]$, é conhecida da Tabela 1 e os retornos dos ativos são normalmente distribuídos podemos determinar um limite, ou ponto crítico, a partir do qual a empresa passa a *default*. Pode-se também traduzir a distribuição do retorno dos ativos numa distribuição normal estandardizada de média igual a zero e desvio padrão de um. Neste caso a probabilidade de *default* depende do *rating* inicial da empresa e do ponto crítico Z_{Def} definido em termos do retorno do ativo $(R)^5$

$$P_{Def} = P(R < Z_{Def}) = \Phi(Z_{Def}). \quad (2.3)$$

⁵ Os retornos do ativo (R) seguem uma distribuição normal estandardizada, tal que $R \sim N(0,1)$.

Onde $\Phi(\cdot)$ representa a função de distribuição de probabilidades cumulativa normal e, por sua vez, o ponto crítico pode ser determinado através sua inversa, ou seja:

$$Z_{Def} = \Phi^{-1}(P_{Def}). \quad (2.4)$$

Uma vez que o modelo *CreditMetrics* assume a possibilidade de determinado emitente migrar de um nível de *rating* para outro, ao fim de um ano, podemos generalizar a abordagem de Merton (1974) a estas condições e, como tal, os pontos críticos para as restantes migrações de crédito são calculados de forma análoga. Por exemplo, o ponto crítico que representa a migração do nível *Baa* para o nível *Ba*, ao fim de um ano e considerando a matriz de transição da Tabela 1 é calculado da seguinte forma:

$$P(Ba) = P(Z_B \leq R < Z_{Ba}) = \Phi(Z_{Ba}) - \Phi(Z_B) = \Phi(Z_{Ba}) - P_B - P_{Caa-C} - P_{Def}$$

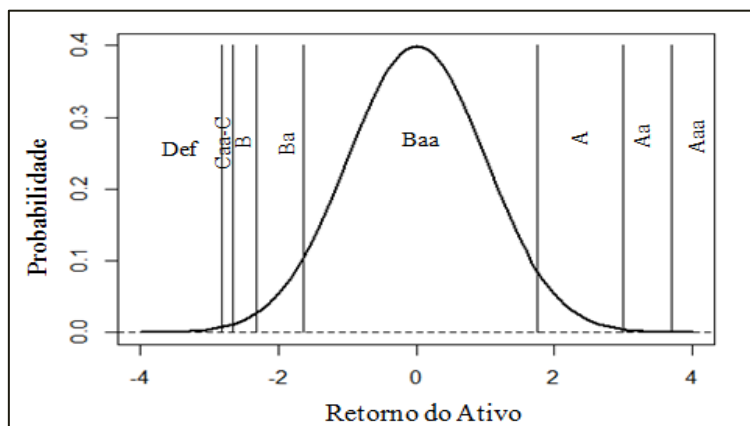
e por conseguinte,

$$Z_{Ba} = \Phi^{-1}(P_{Ba} + P_B + P_{Caa-C} + P_{Def}) \quad (2.5)$$

Na Tabela 2 apresentamos os pontos críticos do retorno do ativo (Z) ou pontos de migração da qualidade de crédito, num horizonte temporal de um ano. Assumindo um *rating* inicial *Baa* e a aplicação das probabilidades de transição da Tabela 1.

Tabela 2. Generalização do modelo de *Merton*.

Ranting inicial (<i>Baa</i>)	<i>Rating</i> ao fim de um ano							
	<i>Aaa</i>	<i>Aa</i>	<i>A</i>	<i>Baa</i>	<i>Ba</i>	<i>B</i>	<i>Caa-C</i>	<i>Def</i>
Prob.Transição	0,01%	0,13%	3,78%	90,90%	4,15%	0,65%	0,15%	0,24%
<i>Z</i>	-	3,702	2,991	1,760	-1,627	-2,312	-2,664	-2,825

Figura 2. Pontos de migração (Z), representados pelas linhas verticais⁶.

A migração do nível de *rating* de um determinado emitente é originada por eventos de crédito que alteram a probabilidade de percepção de *default*. A alteração da qualidade de crédito do emitente, tanto num cenário *up* (subida) como *down* (descida) gera uma variação no *spread* de risco de crédito exigido, ou do prémio de risco, sobre os restantes *cash flow's* e, consequentemente, no valor de mercado da obrigação. Se o nível de *rating* descer o prémio de risco exigido pelo investidor deverá subir de tal modo que o valor presente da obrigação deverá diminuir.

A **taxa de recuperação** mede a percentagem do valor nominal que é recuperado em caso de *default* do emitente. Segundo Altman, Braddy, Resti, e Sironi (2005) a taxa de recuperação tem um impacto significativo sobre as perdas estimadas. Sendo que constitui um dos parâmetros chave no estudo que se segue.

É importante referir, também, que o *CreditMetrics* assume que a taxa de recuperação depende do nível de senioridade do título (vêr Gupton et al., 1997; Crouhy et al., 2000; Gordy, 2000).

⁶ Pontos críticos representados pelas linhas verticais. Assumindo um *rating* inicial Baa e uma distribuição normal estandardizada do retorno do ativo.

Por fim, a **correlação entre os ativos** constitui outro dos parâmetros a ter em conta neste modelo. A teoria da carteira moderna é aplicada, habitualmente, ao risco de mercado. As volatilidades e correlações necessárias para o cálculo do risco de mercado da carteira são determinadas facilmente. Contudo, quando se trata de risco de crédito a determinação deste parâmetro envolve um certo grau de complexidade e representa um dos maiores desafios enfrentados pelos gestores e analistas de risco das instituições financeiras.

A avaliação de uma carteira de crédito depende das considerações relativamente à co dependência entre os instrumentos que a compõem (Jaekel, 2002).

De acordo com o modelo *CreditMetrics*, o risco de concentração e, consequentemente, a correlação dos movimentos da qualidade de crédito entre os emitentes das obrigações detidas em carteira, assume uma enorme importância na avaliação do risco de crédito no contexto global da carteira (Crouhy et al., 2000; Gordy, 2000).

Uma vez que a ocorrência de perdas de crédito é bastante infrequente e que os títulos de determinado emitente podem não ter sofrido perdas no passado recente, o *CreditMetrics* considera que o valor do capital próprio e o valor do ativo de uma empresa estão relacionados (equação 2.2) e que a migração da qualidade de crédito do emitente é determinada através do retorno dos ativos. O qual pode ser explicado pelo retorno das ações do emitente (Gupton et al., 1997; Crouhy et al., 2000). Porém, a aplicação deste pressuposto exige que o emitente seja uma empresa cotada em bolsa. O preço das ações da empresa reflete a avaliação do mercado sobre a mesma.

É frequente a utilização de dados históricos, relativamente ao retorno diário das ações, na modelação da correlação entre os ativos. No entanto, este tipo de dados mostra, apenas, o risco em relação aos movimentos que ocorreram no passado e nada nos poderão informar sobre desenvolvimentos futuros do mercado, podendo gerar resultados desfasados da realidade (Saunders e Allen, 2002).

Para carteiras de grandes dimensões o cálculo da correlação através deste método pode tornar-se num processo muito moroso e insustentável.

Como será explicado de seguida, o parâmetro da correlação quando estimado é utilizado, posteriormente, na geração de variáveis aleatórias correlacionadas.

2.2.2. GERAÇÃO DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

A utilização da Simulação de *MonteCarlo* na reavaliação da carteira, para os diferentes cenários, permite a construção da distribuição dos retornos da carteira e, consequentemente a estimação do risco de crédito da mesma. A Simulação de *MonteCarlo* é um método paramétrico que gera valores aleatoriamente assumindo uma distribuição de probabilidade conjunta de fatores de risco. (Jorion, 2003; Linsmeier e Pearson, 2000).

De acordo com a metodologia do *CreditMetrics* os valores aleatórios gerados têm de cumprir a estrutura de correlação resultante do retorno do capital próprio dos emitentes da carteira. Como tal, a geração de variáveis correlacionadas⁷ e normalmente

⁷ Consultar anexo.

distribuídas pode ser realizada através da *Factorização de Cholesky*⁸, da *Decomposição em Valores Próprios*⁹ ou da *Decomposição em Valores Singulares*¹⁰.

A Simulação de *MonteCarlo* aliada a um dos métodos mencionados anteriormente possibilita a geração de variáveis correlacionadas, espelhando o fator de risco de crédito – retorno dos ativos – responsável pela alteração da qualidade de crédito do emitente (Gupton et al., 1997).

Após a geração dos valores aleatórios, cada cenário correlacionado dos retornos dos ativos (R) é, então, comparado com os limites de migração de *rating*, determinados anteriormente sob a hipótese de que R é variável aleatória normal estandardizada, de modo a determinar o nível de qualidade de crédito ao fim de um ano.

Simulando a distribuição das alterações do valor futuro da carteira, ao fim de um ano, para cada um dos cenários, obtemos as condições necessárias para determinar o risco de crédito da carteira, o qual é analisado e estimado por uma medida de risco decorrente do VaR .

⁸ Seja A uma matriz simétrica ($A = A^T$) e definida ou semi-definida positiva. A *Factorização de Cholesky* é aplicada ($A = LL^T$), encontrando uma matriz triangular inferior L . (Ver Watkins, 2002)

⁹ Seja A uma matriz simétrica ($A = A^T$) e definida ou semi-definida positiva. Então, A é decomposta de tal forma que $A = VDV^T$, em que V é uma matriz ortogonal ($VV^T = V^TV = I$), onde I representa a matriz identidade) composta pelos vetores ortogonais da matriz A e D é uma matriz diagonal cujas entradas são os valores próprios da matriz A . (Ver Watkins, 2002)

¹⁰ Seja $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ com n e m inteiros positivos. A é decomposta de tal forma que $A = UDV^T$, em que $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $V \in \mathbb{R}^{m \times m}$ são matrizes ortogonais e $D \in \mathbb{R}^{n \times m}$ é uma matriz diagonal cujas entradas correspondem aos valores singulares da matriz A . (Ver Watkins, 2002)

2.2.3. ANÁLISE DE RISCO

O termo *Value-at-Risk* surge no contexto da regularização do mercado de derivativos, em 1993, num relatório do G-30. Antes disso o termo era apenas utilizado informalmente pela J.P. Morgan.

Desde 1993, ano que o BIS anunciou a sua intenção em introduzir requisitos mínimos de capital para o risco de mercado, têm sido desenvolvidos esforços que visam o melhoramento da metodologia do *VaR*. Contudo e, apesar de continuar sujeito a uma série de limitações, o *VaR* é considerado uma medida de risco “*benchmark*” que estima a perda máxima esperada do valor de mercado de uma carteira, para um dado nível de confiança p e considerando um determinado horizonte temporal t (BCBS, 2001). Sendo $(1 - p)$ a probabilidade de exceder essa perda. Esta medida permite tomar decisões relativas ao risco de uma carteira, em relação a outra, ou ao risco de um período de grande volatilidade, em comparação a um outro período (Duffie e Pan, 1997).

O *VaR* tem sido criticado com o fundamento de que não é uma medida de risco coerente para o cálculo do risco de mercado de uma carteira de ativos financeiros ou na determinação de reservas mínimas de capital de um banco (Jaschke, 2001). Artzner et al. (1999) mostram, através de um exemplo, que o *VaR* não é uma medida coerente uma vez que não garante algumas das propriedades exigidas pelos autores, nomeadamente a de subaditividade, ou seja, a propriedade de que o risco de uma carteira é menor que a soma dos riscos dos seus componentes.

A escolha do nível de confiança ótimo para o cálculo do *VaR* de uma carteira depende da sua utilização (Jorion, 2003). De acordo com as alterações apresentadas em

Basileia II, referentes ao risco de mercado, a determinação da adequação do capital da carteira de negociação dos bancos utilizando a abordagem do modelo interno está sujeito a um nível de confiança p de 99% (BCBS, 2001). A perda é, então, estimada pelo quantil-99%¹¹ da distribuição de perdas da carteira.

O elevado grau de incerteza relativamente às perdas futuras, associado à crise financeira atual, leva a dificuldades por parte dos bancos em estimar o capital necessário para cobrir as possíveis perdas referentes aos incumprimentos das contrapartes com que o banco terá de lidar.

O **CrVaR**, medida de risco utilizada pelo *CreditMetrics*, é definido pela perda de crédito inesperada para um dado nível de confiança e num determinado horizonte temporal, geralmente um ano. Considerando que um ano é tempo suficiente para o banco tomar as suas ações preventivas, ao nível da redução ou do reajustamento do capital mínimo exigido, caso seja necessário (Gupton et al., 1997).

A estimação desta medida requer a simulação da distribuição das alterações - ganhos e perdas - do valor futuro da carteira de crédito detida pelo banco. O seu valor deve ser visto como o capital económico a deter pelo banco, isto é, um “*buffer*” contra perdas inesperadas resultantes de oscilações do valor da carteira de crédito (Bucay e Rosen, 1999).

A determinação do *CrVaR* enfrenta dois desafios: [1] a distribuição do valor da carteira difere significativamente da distribuição normal; [2] a avaliação do efeito da diversificação da carteira crédito é mais complexa comparativamente ao risco de

¹¹ Dado $\alpha \in]0,1[$, o número q é um α -quantil da variável aleatória X sob a distribuição de probabilidade P , se $P(X \leq q) \geq \alpha \geq P(X < q_\alpha)$. (Artzner et al, 1999).

mercado (Crouhy et al, 2000). Embora no risco de mercado seja assumido a normalidade da distribuição do retorno da carteira, tal pressuposto não pode ser aplicado ao risco de crédito, uma vez que a distribuição em causa tende a ser muito enviesada.

3. DADOS E METODOLOGIA

Neste projeto procuramos analisar o impacto da variação dos principais parâmetros do modelo *CreditMetrics* sobre a distribuição de ganhos e perdas da carteira de crédito e, consequentemente, sobre o *CrVaR* da mesma.

Neste estudo analisa-se uma carteira de crédito real, pertencente a um banco de investimento português com presença internacional, tendo em consideração a probabilidade de migração de *rating* do emitente.

De acordo com a Tabela 3, a posição global da carteira refere-se à data de 31 de Dezembro de 2012. Nesta data a carteira era composta por 36 obrigações¹² de taxa fixa (25 emitentes diferentes), estando a maioria classificada como *Baa* e as restantes como *Ba* e *A*. Sendo, pois, uma carteira pouco diversificada em termos de níveis de *rating*. Numa avaliação superficial concluiríamos que a carteira apresenta um nível de risco médio/baixo, uma vez que não apresenta títulos cotados entre *B* e *Caa-C*.

Tabela 3. Composição da carteira por níveis de *rating*, 31 de Dezembro de 2012.

<i>Rating</i>	Valor em Carteira (€)	% em Carteira
A	856.026,54	6,8%
Baa	6.885.389,09	54,6%
Ba	4.863.670,99	38,6%
Total	12.605.086,62	100,0%

¹² Ver Tabela A.1 em anexo, correspondente à descrição da carteira em análise.

Para tornar o estudo mais preciso, refletindo claramente o impacto que os parâmetros do modelo têm na análise do risco da carteira, considerou-se: [1] o *CrVaR* da carteira é mensurado para um nível de confiança a 99%; [2] o horizonte temporal de risco é de um ano e é pré-determinado pelo modelo (Gupton et al., 1997); [3] a reavaliação da carteira no final do horizonte temporal incorpora os efeitos da migração da qualidade de crédito dos emitentes; [4] os pontos de migração da qualidade de crédito são determinados pelo “*Asset Value Model*” (Merton, 1974) considerando o retorno do capital próprio dos emitentes como um indicador do valor dos ativos; [5] as perdas em caso de *default* dos emitentes são refletidas pelas taxas de recuperação apresentadas na Tabela 4¹³; [6] os cenários de transição da qualidade de crédito dos ativos, no próximo ano, são construídos através da simulação de *MonteCarlo* aliada à *Decomposição em Valores Singulares*¹⁴, gerando um total de 30.000 valores aleatórios para cada título.

Tabela 4. Taxas médias de recuperação por nível de senioridade.

Nível de Senioridade	Taxas Médias de Recuperação	
	2012	1982-2012
<i>Sr. Secured Bond</i>	51,20%	51,60%
<i>Sr. Unsecured Bond</i>	43,40%	37,00%
<i>Sr. Subordinated Bond</i>	29,70%	30,90%
<i>Subordinated Bond</i>	35,40%	31,50%
<i>Jr. Subordinated Bond</i>	n.a.	24,70%

A migração da qualidade de crédito de um emitente tem em conta a correlação entre cada par de emitentes através da decomposição da matriz de correlação e incorporando a geração de números aleatórios, como referimos na Secção 2.2.2.

¹³ Taxa médias de recuperação estimadas e publicadas pela *Moody's Investor Service* (2012).

¹⁴ Quando a matriz de correlação entre os ativos não é definida positiva, o processo de geração de variáveis aleatórias recorre à *Decomposição em Valores Singulares* (Watkins, 2002) (ver Tabela A.13).

Para a geração de variáveis normais correlacionadas recorremos ao *software* MATLAB¹⁵. Produzindo uma matriz de variáveis aleatórias normais estandardizadas de dimensão 30.000 por 36 e, tendo como base a matriz de correlação entre os ativos.

A *Decomposição em Valores Singulares* de uma matriz (A) real de ordem $n \times m$, é dada por:

$$A = UDV^T, \quad (3.1)$$

onde $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $V \in \mathbb{R}^{m \times m}$ são matrizes ortogonais¹⁶, e $D \in \mathbb{R}^{m \times m}$ é uma matriz diagonal, cujos elementos diagonais são chamados de valores singulares da matriz A .

A transposta de A representa-se da seguinte forma

$$A^T = VD^T U^T. \quad (3.2)$$

Esta decomposição é válida para qualquer tipo de matrizes e permite obter a melhor aproximação de uma matriz retangular, por outra matriz de igual dimensão, a uma forma mais simplificada.

Após a simulação da distribuição dos valores futuros da carteira para cada um dos cenários possíveis, são determinadas medidas de risco de crédito, tais como o *Expected Loss* e o *CrVaR* (para um nível de confiança de 99%), de modo a estudar o propósito do projeto.

Para facilitar a compreensão deste estudo foi necessário construir um cenário base que serve de comparação aos cenários resultantes da variação dos principais parâmetros. Como podemos observar, através da Tabela 5, as probabilidades de transição do cenário

¹⁵ Ver em <http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/svd.html>.

¹⁶ Matrizes ortogonais, de modo que $UU^T = U^T U = I$ e $VV^T = V^T V = I$

base são explicadas por uma matriz de transição de média histórica estimada pela S&P, e apresentada anteriormente na Tabela 1. Por outro lado o parâmetro da correlação é estimado com base no histórico do retorno diário, logaritmizado, das ações dos emitentes, entre o período de 15 de Março de 2011 a 15 de Março de 2013¹⁷. As taxas de recuperação¹⁸ dependem do nível de senioridade e são estimadas pela *Moody's Investor Service* para o período de 1982 a 2012.

Tabela 5. Definição do cenário base.

Probabilidades de Transição	Correlação	Taxas de Recuperação
Matriz de transição de média histórica estimada pela S&P.	Estimação da correlação entre os ativos usando o retorno do capital próprio como indicador.	Variam de acordo com o nível de senioridade. Moody's Investor Service, 1982-2012.

3.1. IMPACTO DA VARIAÇÃO DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE RATINGS

A matriz de migração da qualidade de crédito verifica duas propriedades principais (Jafry e Schuermann, 2004): [1] é diagonalmente dominante e [2] a soma das probabilidades de cada linha é igual a um. Como tal, torna-se difícil fazer variar, individualmente, as probabilidades integrantes da matriz sem colocar em causa estas duas propriedades.

De modo a ultrapassar esta dificuldade a variação deste parâmetro será explicada pela utilização diferentes matrizes de transição de *ratings*, estimadas pelas agências de *rating Moody's, S&P e Fitch*.

¹⁷ Dados retirados de www.bolsa.pt.

¹⁸ Ver Tabela 4.

Para podermos comparar as matrizes de transição foi necessário eliminar a coluna que corresponde ao “*withdrawn rating*”, onde são apresentadas as probabilidades de um emitente deixar de ser classificado, ou seja deixar de ter *rating*. Posteriormente, face à natureza da matriz, – processo de *Markov* – procedemos à sua normalização¹⁹, isto é, distribuímos proporcionalmente as percentagens da coluna eliminada pelos outros níveis de *rating*, de tal forma que a soma de todas as probabilidades presentes em cada linha seja igual a 100%.

É notório que as probabilidades de transição diferem substancialmente entre as matrizes em análise (vêr Tabelas A.2 a A.12 em anexo), possibilitando avaliar o efeito da variação das probabilidades de transição sobre o *CrVaR* da carteira.

O *CreditMetrics* centra a sua análise na utilização de matrizes de transição de médias históricas de um período de tempo, contudo neste projeto pretendemos também mostrar que a utilização dessas matrizes pode diferir claramente de matrizes correspondentes ao ano corrente.

A Tabela 6 apresenta os cenários que serão simulados, alternativamente ao cenário base, de forma a estudar o impacto da variação das matrizes de transição, *ceterisparibus*.

¹⁹ Consultar Ramaswamy, S. (2004), *Managing credit risk in corporate bond portfolios: a practitioner's guide*, 1st edition, Wiley, [pág. 77-81].

Tabela 6. Definição dos cenários alternativos de acordo com diferentes matrizes de transição.

Cenário	Probabilidades de Transição
1	Matrizes Históricas
	<i>Moody's</i>
2	<i>Fitch</i>
3	Matrizes Correntes
	<i>Moody's</i>
	<i>Fitch</i>
5	<i>S&P</i>

3.2. IMPACTO DA VARIAÇÃO DA TAXA DE RECUPERAÇÃO

Como podemos verificar através da Tabela 4 as taxas de recuperação aplicadas no cenário base variam entre 24,70% a 51,60% , de acordo com o nível de senioridade do título. No entanto para simplificar, é muitas vezes assumida uma taxa de recuperação constante (ver Gordy, 2000; Saunders e Allen, 2002 e Wilson, 1998).

Face a esta condição importa analisar o efeito da variação deste parâmetro sobre o risco de crédito da carteira.

Para tal assumimos uma variação de 5 pontos percentuais, *ceterisparibus*, no intervalo de 0% a 60%, correspondendo ao mínimo e máximo a recuperar do valor nominal do título. A escolha deste intervalo pretende englobar as taxas apresentadas na Tabela 4, como também considerar possíveis taxas situadas abaixo (0% a 20%) e acima (55% a 60%) das que foram apresentadas. Serão simulados, portanto, treze cenários além do cenário base.

Tabela 7. Definição dos cenários alternativos de acordo com diferentes taxas de recuperação.

Cenário	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Taxa de Recuperação (%)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60

3.3. IMPACTO DA VARIAÇÃO DA CORRELAÇÃO

Dada a complexidade dos cálculos para determinar a correlação entre os ativos, nomeadamente em carteiras de grandes dimensões, é habitualmente assumida uma correlação constante entre eles (Elton et al., 2010; Gupton et al., 1997).

Como podemos verificar na Tabela 8, neste estudo é proposto a simulação de cinco cenários alternativos face ao cenário base, com o intuito de analisar o impacto da variação da correlação, *ceterisparibus*, sobre o risco de crédito da carteira. Para cada um destes cenários é atribuída uma correlação constante, sendo que este é único parâmetro a variar face ao cenário base. No cenário 1 é assumido que os ativos são independentes entre si e no cenário 5 assumimos que os ativos estão perfeita e positivamente correlacionados.

Tabela 8. Definição dos cenários alternativos de acordo com diferentes graus de correlação.

Cenário	1	2	3	4	5
Correlação	0	0,25	0,50	0,75	1

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Depois de aplicada a metodologia do *CreditMetrics* e de realizar diversas simulações de forma a estudar os efeitos da variação de cada parâmetro sobre o risco de crédito da carteira, passamos a analisar e a comparar os resultados.

4.1. ANÁLISE DO IMPACTO DA VARIAÇÃO DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE RATINGS

A Tabela 9 mostra os resultados das simulações decorrentes da variação da matriz de transição de *ratings*, aplicando matrizes de média histórica. Estes resultados são apresentados sob as medidas *CrVaR* a 99% e *Expected Loss*, expressos em u.m (€) e na sua variação (%) face ao cenário base.

Tabela 9. Resultados da variação da matriz de transição de *ratings* - Matrizes de média histórica.

	Expected Loss	Δ Expected Loss	CrVaR a 99%	Δ CrVaR a 99%
Cenário Base	1.137.408,77€	-	5.588.045,19€	-
Moody's_Hist (1)	1.196.903,27€	5,23%	5.616.551,74€	0,51%
Fitch_Hist (2)	1.153.206,88€	1,39%	5.536.154,89€	-0,93%

Como podemos verificar através da Tabela A.3. do Anexo a matriz da *Moody's* (média histórica, 1920-2012) apresenta, em títulos classificados inicialmente como *Baa*²⁰, maiores probabilidades de migração para níveis de *rating* inferiores comparativamente à matriz da *S&P*, enquanto que a matriz estimada pela *Fitch* apresenta menores probabilidades de migração para os mesmos níveis de crédito. Deste modo, a matriz da *Fitch* apresenta uma visão mais optimista. Estas pequenas variações geram

²⁰ A carteira em análise é composta por 54,6% de títulos classificados em *Baa*.

CrVaR's diferentes, mas muito próximos, para cada um dos cenários. O cenário 1 apresenta, em termos de *CrVaR*, um crescimento de 0,51% e o cenário 2, um decréscimo de 0,93%, face ao cenário base.

As distribuições de ganhos e perdas da carteira resultantes da simulação dos cenários 1 e 2 (ver Figura A.3 do Anexo) são muito semelhantes, corroborando assim os resultados da Tabela 9.

Como foi dito na Secção 3.1., é também importante analisar o impacto decorrente da utilização de matrizes correspondentes ao ano corrente. Como tal, a Tabela 10 apresenta os resultados das simulações subsequentes da variação da matriz de transição de *ratings*, aplicando matrizes do ano de 2012.

Tabela 10. Resultados da variação da matriz de transição de *ratings* - Matrizes de 2012.

	Expected Loss	Δ Expected Loss	CrVaR a 99%	Δ CrVaR a 99%
Cenário Base	1.137.408,77€	-	5.588.045,19€	-
Moody's_2012 (3)	885.140,26€	-22,18%	4.582.223,91	-18,00%
Fitch_2012 (4)	184.079,12€	-83,82%	647.092,83	-88,42%
S&P_2012 (5)	288.101,68€	-74,67%	1.559.722,30	-72,09%

A utilização das matrizes de transição correspondentes ao ano de 2012²¹ gera resultados muito diferentes dos anteriormente obtidos. A diminuição das probabilidades de migração para níveis de *rating* mais baixos, inclusive para o estado *default*, espelha um risco de crédito inferior ao verificado anteriormente.

Por outro lado, comparando apenas os cenários alternativos 3,4 e 5 verificamos que pequenas variações na probabilidade de migração para níveis de crédito mais baixos, relativamente a títulos classificados inicialmente como *Baa* (com maior peso na

²¹ Consultar matrizes de transição relativas ao ano de 2012, Tabelas A.7, A.8 e A.9 do Anexo.

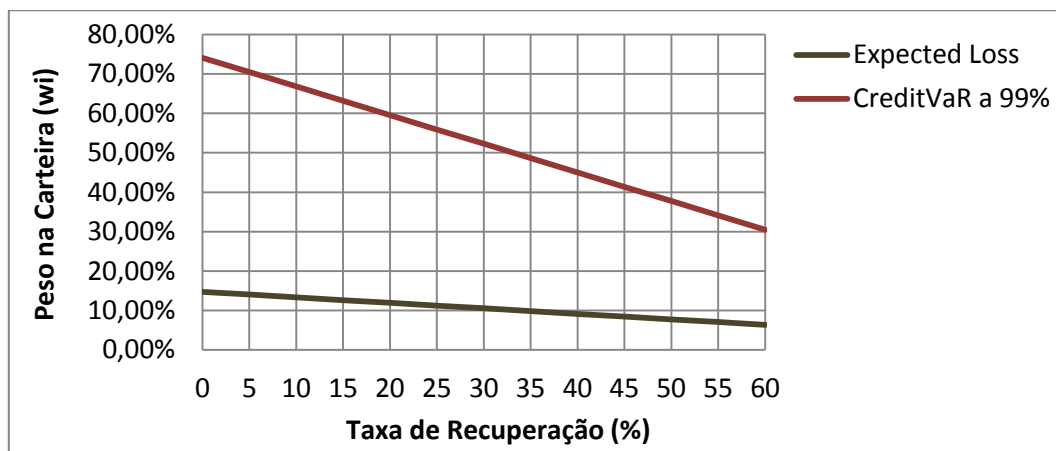
carteira) têm um impacto considerável nas medidas de risco, nomeadamente no *CrVaR* a 99%.

Os pressupostos de estimação das matrizes de transição influenciam claramente o *CrVaR* da carteira, quando os ativos estão correlacionados entre si. No cenário 4 o valor do *CrVaR* decresce aproximadamente 88,42%, face ao cenário base, concluindo que a matriz de transição da *Fitch* apresenta uma visão demasiado otimista ao assumir que a probabilidade de *default* é igual ou próxima a 0%.

Por fim, a análise das distribuições dos retornos da carteira, simuladas para os diferentes cenários, comprova a análise anterior (ver Figuras A.3 e A.4 do Anexo). Os histogramas correspondentes às distribuições dos cenários 1 e 2, quando comparados aos cenários 3, 4 e 5 são muito diferentes. Em particular os cenários 4 e 5 apresentam uma estrutura mais concentrada, evidenciando distribuições mais assimétricas que as restantes. O que se reflete diretamente no risco de crédito da carteira.

4.2. ANÁLISE DO IMPACTO DA VARIAÇÃO DA TAXA DE RECUPERAÇÃO

A Figura 3. apresenta o *CrVaR* e *Expected Loss* resultantes das simulações dos cenários decorrentes da variação da taxa de recuperação. Estas medidas de risco estão expressas em termos do seu peso (W_i) no valor de mercado da carteira.

Figura 3. Comparação do *CrVaR* para os cenários alternativos da taxa de recuperação.

Como podemos, facilmente, verificar na Figura 3 à medida que a taxa de recuperação aumenta, no intervalo [0%;60%], o peso do *CrVaR* e do *Expected loss* no valor da carteira tende a diminuir. Apesar de ambas as retas apresentarem declives negativos, a variável do *CrVaR* mostra um decréscimo mais acentuado no intervalo em análise, quando comparado ao *Expected Loss*.

A Tabela 11 mostra que apesar do impacto deste parâmetro ser decrescente, com o aumento da taxa de recuperação, a variação das medidas de risco face ao cenário base é considerável. O que implica um cuidado acrescido na construção de hipóteses perante o nível de recuperação face a determinado instrumento.

As distribuições de ganhos e perdas referentes aos cenários aqui analisados (ver Figura A.5 do anexo) mostram que apesar da proximidade ao nível da assimetria das distribuições, as perdas mais extremas tendem a assumir valores menores, refletindo-se diretamente no risco de crédito da carteira.

Tabela 11. Resultados da variação da taxa de recuperação.

Cenários	<i>Expected Loss</i>	Δ <i>Expected Loss</i>	<i>CrVaR</i> a 99%	Δ <i>CrVaR</i> a 99%
CB¹⁴	1.137.408,77 €	-	5.588.045,19 €	-
(1) 0	1.858.084,70 €	63,36%	9.339.137,48 €	67,13%
(2) 5	1.769.955,98 €	55,61%	8.881.032,38 €	58,93%
(3) 10	1.681.868,38 €	47,87%	8.422.927,28 €	50,73%
(4) 15	1.593.836,06 €	40,13%	7.964.822,18 €	42,53%
(5) 20	1.505.851,97 €	32,39%	7.506.717,08 €	34,34%
(6) 25	1.417.920,58 €	24,66%	7.048.611,98 €	26,14%
(7) 30	1.330.067,78 €	16,94%	6.590.506,88 €	17,94%
(8) 35	1.242.307,51 €	9,22%	6.132.401,78 €	9,74%
(9) 40	1.154.654,18 €	1,52%	5.674.296,68 €	1,54%
(10) 45	1.067.140,44 €	-6,18%	5.216.191,58 €	-6,65%
(11) 50	979.787,27 €	-13,86%	4.758.086,48 €	-14,85%
(12) 55	892.638,86 €	-21,52%	4.299.981,38 €	-23,05%
(13) 60	805.738,74 €	-29,16%	3.841.876,27 €	-31,25%

Neste caso, sendo a carteira dominada maioritariamente por *Senior Unsecured* e *Senior Secured Bonds* (ver tabela A.1 do Anexo), a adoção de uma taxa de recuperação de 40% mostra resultados próximos ao cenário base.

4.3. ANÁLISE DO IMPACTO DA VARIAÇÃO DA CORRELAÇÃO

O impacto da correlação depende fundamentalmente se o modelo adota a correlação entre os ativos ou a correlação entre a ocorrência de *default* entre os emitentes. Por exemplo, considerando uma carteira composta apenas por dois títulos, com probabilidade de *default* igual a 50% e a independência entre a ocorrência de *default*, então a probabilidade de ocorrer, pelo menos, um *default* é igual a $1 - (1 - 0,5)^2 = 0,75$. Contudo se a ocorrência entre o *default* for perfeitamente correlacionada entre os emitentes a probabilidade de ocorrer, pelo menos um *default* seria igual a 0,5.

A Tabela 12 mostra o impacto da adoção de diferentes correlações entre os ativos sobre o nível de risco de crédito da carteira.

Tabela 12. Resultados da variação da correlação.

Cenários	<i>Expected Loss</i>	Δ <i>Expected Loss</i>	<i>CrVaR</i> (99%)	Δ <i>CrVaR</i> (99%)
CB	1.137.408,77 €	-	5.588.045,19 €	-
0 (1)	158.713,75 €	-86,05%	1.285.302,80 €	-77,00%
0,25 (2)	567.604,65 €	-50,10%	5.946.333,15 €	6,41%
0,5 (3)	1.146.153,44 €	0,77%	5.593.066,82 €	0,09%
0,75 (4)	1.480.267,23 €	30,14%	5.206.167,45 €	-6,83%
1 (5)	1.653.951,66 €	45,41%	4.982.604,37 €	-10,83%

Note que, face ao cenário base, as alterações na correlação entre os ativos têm um maior impacto sobre as perdas esperadas do que sobre o *CrVaR*. Isto porque a distribuição das perdas é influenciada, principalmente, pelos emitentes com maior peso na carteira, que corresponde à categoria de *Baa*. De acordo com a matriz apresentada na Tabela 1²², probabilidade de *default* para títulos classificados inicialmente como *Baa* corresponde a 0,24%.

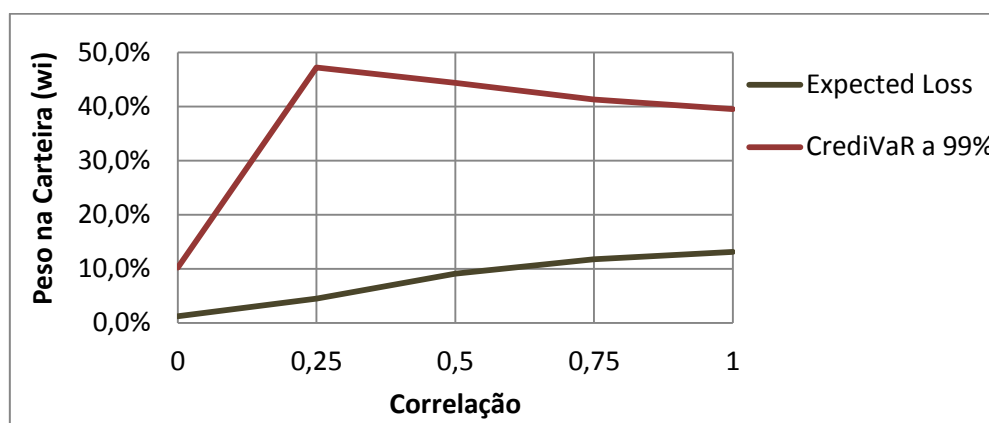
Ao assumirmos que os ativos são independentes entre si, o *CrVaR* e o *Expected Loss* decrescem aproximadamente 77% e 86%, respetivamente, face ao cenário base.

Na Figura A.6 do Anexo estão representados os histogramas das distribuições dos retornos referentes às simulações dos cenários em causa, através dos quais, concluímos que à medida que o grau de correlação aumenta as perdas máximas tendem a tornar-se mais frequentes. Dadas as diferenças entre a aparência das distribuições, decorrentes da variância dos dados, os resultados da simulação para um nível de confiança de 99% devem ser tratados com muito cuidado.

²² Matriz de transição de *ratings* utilizada, neste caso, na construção dos cenários alternativos e cenário base.

No limite todos os emitentes entram em *default*. Para níveis de maior dependência entre os ativos verificam-se ganhos e perdas mais extremos, refletindo-se diretamente na cauda da distribuição das perdas.

Figura 4. Comparação das medidas de risco estimadas para os cenários alternativos de correlação.



Quando comparamos os cenários alternativos (Figura 4), ignorando a hipótese da existência de um cenário base, verificamos que o peso *CrVaR* na carteira é muito sensível a alterações na correlação quando comparado ao *Expected Loss*.

O *CVaR* não mantém uma tendência crescente à medida que a correlação aumenta. Assim que a correlação atinge um certo nível (neste caso 0,25), o peso do *CVaR* responde negativamente aos acréscimos do grau de correlação.

Apesar de se verificar um aumento da frequência das perdas máximas a forma da cauda das distribuições das perdas tende a desaparecer (ver Figura A.6 do Anexo).

5. CONCLUSÕES

As dificuldades enfrentadas na modelação e na quantificação do risco em carteiras de crédito, em consequência das características dos seus retornos, justificam a necessidade de implementação sistemas de modelação, denominados de modelos internos de risco de crédito.

O *CreditMetrics* foi desenvolvido com o intuito de medir a incerteza inerente ao valor futuro de uma carteira de crédito, provocada por alterações na qualidade de crédito dos emitentes (Saunders e Allen, 2002).

A elaboração deste estudo identificou vários riscos resultantes da utilização do modelo *CreditMetrics*, quando aplicado a uma carteira de crédito com características semelhantes à que foi utilizada nesta análise.

Na modelação do risco de crédito a falta de dados relativamente ao incumprimento representa uma das principais limitações. Na comparação da anatomia entre os modelos de crédito, Gordy (2000) conclui que a sensibilidade face à falta destes dados constitui uma das principais preocupações para os responsáveis pela gestão. O que dificulta a precisão da estimação das probabilidades esperadas de *default*.

A alteração das probabilidades integrantes da matriz de transição de *ratings* pode gerar uma variação de -88,42% na avaliação do *CrVaR* da carteira, relativamente ao cenário base. A utilização de probabilidades de *default*, estimadas pelas agências de *rating*, muito próximas ou iguais a zero resultam numa visão demasiado otimista do risco de crédito da carteira.

Por outro lado, a utilização de matrizes de transição de média histórica gera resultados muito diferentes quando comparado com cenários construídos através de matrizes de transição do ano corrente. A matriz a utilizar deve ter em conta o ambiente económico que se vive em determinado momento, sendo que as probabilidades de transição diferem dependendo dos dados económicos disponíveis.

A variação de 5 pontos percentuais na taxa de recuperação dos títulos, entre o intervalo de 0% a 60%, pode gerar um impacto no *CrVaR* da carteira entre -31,25% e 67,13%, relativamente ao cenário base. O que implica um cuidado acrescido na construção de hipóteses perante o nível de recuperação dos títulos que compõem a carteira de crédito.

De acordo com a linha de pensamento de Altman et al. (2005) as medidas de risco resultantes da aplicação destes modelos podem ser seriamente subestimadas, podendo levar a estimativas de reservas mínimas de capital insuficientes.

Por último, a variação do grau correlação entre os ativos no intervalo de 0 a 1, pode gerar um impacto sobre o *CrVaR* da carteira entre -77% e -10,83% respetivamente, em comparação ao cenário base. Esta variação não segue um comportamento linear à medida que o grau de correlação aumenta.

É de salientar que o modelo é muito sensível a variações na correlação, especialmente quando são verificadas alterações expressivas.

Face às possíveis irregularidades na estimativa do *CrVaR* em carteiras de crédito, os gestores do risco devem ser prudentes e indagar ao pormenor os parâmetros do modelo.

Caso contrário os outputs obtidos poderão levar a erros de estimação com consequências muito importantes nos resultados da instituição.

6. LIMITAÇÕES E TÓPICOS DE INVESTIGAÇÃO FUTURA

Ao longo deste estudo surgiram algumas limitações, das quais se destaca a dificuldade de criar choques nas matrizes de transição de *ratings* de forma a fazer variar, individualmente, as probabilidades de migração.

Por outro lado, apesar de considerarmos neste estudo uma carteira de crédito real, pertencente a um banco de investimento português, esta apresenta poucas variações de *ratings*. Uma vez que se concentra inicialmente em níveis de qualidade de crédito como *A*, *Baa* e *Ba*.

Embora o *CreditMetrics* se apresente como um modelo transparente, a sua aplicação envolve um certo nível de complexidade. A necessidade de estimar a correlação entre os ativos e a geração de um elevado número de cenários correlacionados para cada título torna-se num processo muito moroso.

Para investigação futura sugerimos o estudo do impacto da variação dos parâmetros considerados na análise, sobre o risco de crédito da carteira, no contexto de outros modelos internos, tais como o *CreditRisk+*, o *CreditPortfolioView* e o *KMV's*.

Uma outra situação será a de repensar em outras formas de criar choques nas matrizes de transição de *ratings* de modo a analisar o seu impacto sobre o risco de crédito da carteira.

7. BIBLIOGRAFIA

Allen, L e Saunders, A., (2003). “*A survey of cyclical effects in credit risk measurement models*”. BIS Working Paper 126.

Altman, E. I., B. Brady, A. Resti, e A. Sironi, (2005). “*The Link between Default and Recovery Rates: Theory, Empirical Evidence and Implications*”. *Journal of Business*, 78 (6), 2203-2228

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., Heath, D., (1999). “*Coherent measures of risk*”. *Mathematical Finance* 9 (3), 203–228.

Basel Committee on Banking Supervision, (2001). “*Overview of The new Basel Capital Accord, Second Consultative Document*”. Bank for International Settlements, Basel. Maio, 2001.

Bessis, J., (2002). *Risk management in banking*, 3ª Ed., John Wiley & Sons.

Bucay, N. and D. Rosen, (1999). “*Credit risk of an international bond portfolio: a case study*”. *Algo Research Quarterly* 2 (1), 9–29.

Credit Suisse Financial Products, (1997). *CreditRisk+, A Credit Risk Management Framework*. London.

Crouhy, M., D. Galai e R. Mark, (2000). “*A comparative analysis of current credit risk models*”. *Journal of Banking & Finance* 24 (1-2), 59-117.

Derman, E., (1996), “*Model Risk*”, *Risk*, 9, 34-37

Duffie, D., e J. Pan, (1997). “*An Overview of Value at Risk*”. *The Journal of Derivatives* 4 (3), 7-49.

ECB, (2007). “*The use of portfolio credit risk models in central banks*”, Occasional Paper Series 64, Task Force of the Market Operations Committee of the European.

Elton, E., Gruber, M. J., Bown, S. J. e W.N. Goetzmann, (2010). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 8ª Ed, John Wiley and Sons, Inc, New York.

Frydman, H., e Schuermann, T., (2008). “*Credit Rating Dynamics and Markov Mixture Models*”. *Journal of Banking & Finance* 32 (6), 1062–1075.

Gordy, M., (2000). “*A Comparative Anatomy of Credit Risk Models*”. *Journal of Banking and Finance* 24, January, 119-149.

Gupton, G. M., Finger, C., e Bhatia, M., (1997). *CreditMetrics – Technical Document*. Morgan Guaranty Trust Co., New York.

Hamerle, A. e Roesch, D., (2006). “*Parameterizing Credit Risk Models*”. *Journal of Credit Risk* 2 (4), 101-122.

Jafry, Yusuf e Til Schuermann, (2004). “*Measurement, Estimation and Comparison of Credit Migration Matrices*”. *Journal of Banking & Finance* 28, 2603-2639.

Jaekel, P., (2002). *Monte Carlo methods in finance*, John Wiley & Sons.

Jaschke, Stefan R., (2001). “*Quantile-VaR is the Wrong Measure to Quantify Market Risk for Regulatory Purposes*”. EFA, Berlin Meetings Discussion Paper. Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=302119>.

Jorion, Philippe, (2003). *Financial Risk Manager Handbook*, 2ª Ed. Garp and John Wiley & Sons.

Kato, T. e Yoshida, T., (2000). “*Model risk and its control*”. *Monetary and Economic Studies*.

Kealhofer, S., (1996). “*Managing default risk in portfolios of derivatives*”, in *Derivative Credit Risk*, London: Risk Publications.

Linsmeier T. e N. Pearson, (2000). “*Value-at-risk*”. *Financial Analysts Journal* 56, 47-67.

Merton, Robert, (1974). “*On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates*”. *Journal of Finance* 29, 449-470.

Nickell, P., Perraudin, W. e Varotto, S., (2000). “*Stability of Rating Transitions*”. *Journal of Banking and Finance* 24 (1-2), 203-227.

Ramaswamy, S., (2004). *Managing credit risk in corporate bond portfolios: a practitioner's guide*. John Wiley & Sons.

Saunders, A. e L. Allen, (2002). *Credit risk measurement: new approaches to value at risk and other paradigms*, 2ª Ed., John Wiley & Sons.

Simons, Katerina, (1997). “*Model Error*”. *New England Economic Review*, November/December, Boston, 17-28.

Watkins, D., (2002), *Fundamentals of Matrix Computations*, 2ª Ed. John Wiley & Sons.

Wilson, T., (1998). “*Portfolio Credit Risk*”. *FRBNY Economic Policy Review* 4 (3), 71-82.

ANEXO

Geração de Variáveis Aleatórias Correlacionadas

Assumindo um vetor aleatório normal estandardizado, $Z \sim N(0, I)$, onde I é uma matriz de identidade de dimensão $n \times n$ e $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$. Coloca-se a questão de a partir de Z gerar um vetor aleatório X , com distribuição normal multivariada, tal que $X \sim N(u, D)$. Sendo, Σ uma matriz de correlação simétrica ($D = D^T$) e definida ou semi-definida positiva de dimensão $n \times n$, e u um vetor $n \times 1$.

Sabendo que qualquer transformação linear de um vetor normal é ainda normal, então para qualquer matriz A de dimensão $m \times n$ temos

$$X \sim N(u, D) \rightarrow AX \sim N(Au, ADA^T). \quad (\text{A.1})$$

Se o vetor aleatório

$$X = u + A \cdot Z, \quad (\text{A.2})$$

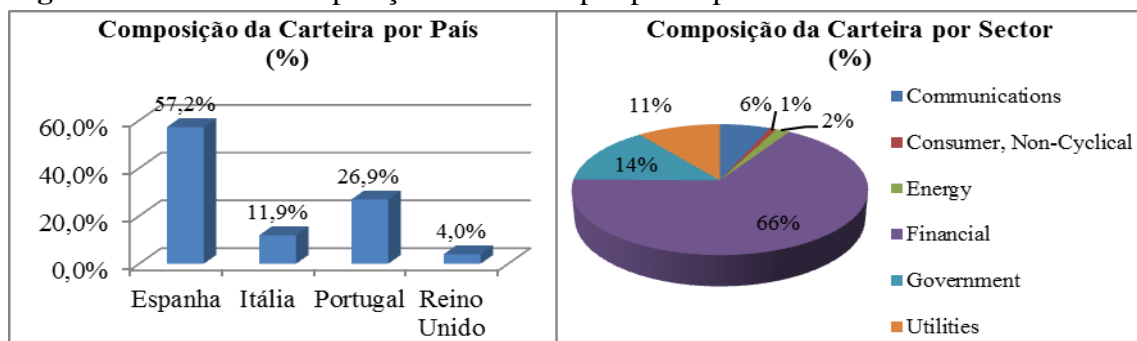
pela propriedade anterior $X \sim N(u, AA^T)$ também é normal, tendo média igual a u e matriz de variâncias e covariâncias igual a $A \cdot A^T$.

Deste modo, gerar variáveis aleatórias normais correlacionadas passa por encontrar uma matriz D , tal que

$$D = A^T \times A. \quad (\text{A.3})$$

Tabela A.1. Descrição da carteira em análise por título obrigacionista

Títulos	Senioridade	Rating	Qt. Emitida (VN)	Preço Unit. (%)	Juro Decorrido (€)	Total (€)	Wi
1.1	SR. Unsecured	Baa	850.000,00	100,87	4.107,95	861.502,95	0,07
1.2	SR. Unsecured	Baa	870.000,00	104,11	37.378,62	943.109,52	0,07
2	Unsecured	Baa	100.000,00	104,50	707,95	105.207,95	0,01
3.1	SR. Unsecured	Baa	249.712,62	49,17	179,97	122.963,67	0,01
3.2	SR. Unsecured	Baa	150.000,00	100,06	2.703,29	152.794,79	0,01
3.3	SR. Unsecured	Ba	550.000,00	101,33	6.913,42	564.250,42	0,04
3.4	SR. Secured	Ba	700.000,00	98,50	6.384,00	695.884,00	0,03
4	SR. Unsecured	A	300.000,00	101,21	1.605,21	305.229,21	0,04
5	SR. Unsecured	Ba	200.000,00	103,34	6.017,53	212.695,53	0,04
6	SR. Unsecured	Baa	100.000,00	104,59	819,73	105.404,73	0,06
7	SR. Secured	Baa	200.000,00	106,38	1.265,75	214.025,75	0,06
8	SR. Secured	Baa	100.000,00	107,82	763,84	108.583,84	0,02
9	SR. Secured	Baa	300.000,00	104,00	1.550,14	313.550,14	0,02
10	SR. Unsecured	Baa	200.000,00	109,20	0,00	218.398,00	0,06
11	SR. Unsecured	A	200.000,00	98,42	2.849,32	199.681,32	0,01
12.1	SR. Secured	Baa	200.000,00	100,15	469,62	200.761,62	0,02
12.2	SR. Unsecured	Baa	400.000,00	100,79	918,89	404.058,89	0,01
12.3	SR. Secured	Baa	600.000,00	103,65	4.827,95	626.715,95	0,01
12.4	SR. Secured	Baa	300.000,00	104,38	3.101,92	316.238,92	0,02
13	SR. Unsecured	Baa	500.000,00	108,55	0,00	542.755,00	0,01
14.1	SR. Secured	Baa	200.000,00	104,56	1.666,85	210.786,85	0,01
14.2	SR. Unsecured	Baa	150.000,00	97,72	889,50	147.466,50	0,04
15	SR. Unsecured	Baa	500.000,00	104,34	1.880,55	523.590,55	0,01
16	SR. Unsecured	Baa	250.000,00	101,14	241,10	253.086,10	0,02
17.2	SR. Secured	Baa	100.000,00	101,11	155,34	101.265,34	0,02
17.2	SR. Unsecured	Baa	250.000,00	104,14	2.361,10	262.708,60	0,03
18	SR. Secured	Ba	700.000,00	102,90	2.220,10	722.520,10	0,02
19.1	SR. Secured	Ba	350.000,00	99,38	264,58	348.077,08	0,02
19.2	Subordinated	Ba	550.000,00	99,35	66,75	546.491,75	0,02
20.1	SR. Secured	Ba	500.000,00	101,25	11.893,41	518.143,41	0,03
20.2	SR. Secured	Ba	700.000,00	103,25	4.471,92	727.221,92	0,05
21	SR. Secured	Ba	150.000,00	107,20	1.928,22	162.728,22	0,03
22	SR. Secured	Ba	350.000,00	104,13	1.221,06	365.658,56	0,04
23	SR. Unsecured	A	200.000,00	100,37	256,28	200.996,28	0,02
24	SR. Unsecured	Baa	150.000,00	100,14	203,43	150.413,43	0,01
25	Subordinated	A	150.000,00	100,08	7,23	150.119,73	0,02
Valor Total						12.605.086,62	1,00

Figuras A.1. e A.2. Composição da carteira por país e por setor**Tabela A.2.** Matriz de Transição de Média Histórica estimada pela Fitch

Rating Inicial	Probabilidade de Transição Média ao fim de um ano, 1990-2012							
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Default
Aaa	94,60%	5,40%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Aa	0,09%	90,08%	9,38%	0,38%	0,02%	0,02%	0,00%	0,04%
A	0,02%	1,90%	91,85%	5,52%	0,49%	0,08%	0,06%	0,08%
Baa	0,00%	0,19%	3,44%	91,80%	3,56%	0,57%	0,22%	0,22%
Ba	0,02%	0,04%	0,11%	8,58%	81,67%	6,87%	1,55%	1,16%
B	0,00%	0,00%	0,25%	0,43%	9,18%	83,65%	4,28%	2,22%
Caa-C	0,00%	0,00%	0,00%	0,19%	2,42%	18,59%	50,74%	28,07%

Nota: Probabilidade de transição de média histórica com base na matriz estimada pela Fitch, 2012.

Tabela A.3. Matriz de Transição de Média Histórica estimada pela Moody's

Rating Inicial	Probabilidade de Transição Média ao fim de um ano, 1920-2012							
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Default
Aaa	90,40%	8,29%	0,89%	0,17%	0,04%	0,00%	0,00%	0,00%
Aa	1,24%	89,07%	8,01%	0,89%	0,20%	0,04%	0,01%	0,08%
A	0,08%	2,96%	89,44%	6,06%	0,79%	0,13%	0,04%	0,10%
Baa	0,04%	0,30%	4,55%	87,89%	5,32%	0,84%	0,15%	0,30%
Ba	0,01%	0,09%	0,51%	6,52%	81,80%	7,62%	0,74%	1,41%
B	0,01%	0,05%	0,16%	0,64%	6,29%	80,40%	6,86%	4,02%
Caa-C	0,00%	0,01%	0,10%	0,12%	0,65%	1,15%	52,37%	35,60%

Nota: Probabilidade de transição de média histórica com base na matriz estimada pela Moody's Investor Service, 2012.

Tabela A.4. Matriz de Transição de Média Histórica estimada pela Standard & Poor's

Rating Inicial	Probabilidade de Transição Média ao fim de um ano, 1981-2012							
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Default
Aaa	90,23%	9,00%	0,56%	0,05%	0,08%	0,03%	0,05%	0,00%
Aa	0,56%	89,94%	8,71%	0,59%	0,06%	0,08%	0,02%	0,02%
A	0,03%	1,95%	91,58%	5,80%	0,38%	0,16%	0,02%	0,07%
Baa	0,01%	0,13%	3,78%	90,90%	4,15%	0,65%	0,15%	0,24%
Ba	0,02%	0,04%	0,17%	5,73%	84,30%	7,97%	0,80%	0,96%
B	0,00%	0,03%	0,13%	0,26%	6,14%	83,60%	4,98%	4,87%
Caa-C	0,00%	0,00%	0,19%	0,28%	0,85%	15,99%	51,28%	31,41%

Nota: Probabilidade de transição de média histórica com base na matriz estimada pela Standard & Poor's, 2012.

Tabela A.5. Variação das Probabilidades de Transição (Matriz de Média Histórica Moody's Vs. Cenário Base)

Rating Inicial	Rating ao fim de um ano							
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Default
A	0,05%	1,01%	-2,14%	0,26%	0,41%	-0,03%	0,02%	0,03%
Baa	0,03%	0,17%	0,77%	-3,01%	1,17%	0,19%	0,00%	0,06%
Ba	-0,01%	0,05%	0,34%	0,79%	-2,50%	-0,35%	-0,06%	0,45%

Tabela A.6. Variação das Probabilidades de Transição (Matriz de Média Histórica Fitch Vs. Cenário Base)

Rating Inicial	Rating ao fim de um ano							
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Default
A	-0,01%	-0,05%	0,27%	-0,28%	0,11%	-0,08%	0,04%	0,01%
Baa	-0,01%	0,06%	-0,34%	0,90%	-0,59%	-0,08%	0,07%	-0,02%
Ba	0,00%	0,00%	-0,06%	2,85%	-2,63%	-1,10%	0,75%	0,20%

Tabela A.7. Matriz de Transição de 2012, estimada pela S&P

Probabilidade de Transição Média ao fim de um ano, 2012 (Standard & Poor's)								
Rating Inicial	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Default
Aaa	70,00%	30,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Aa	0,00%	76,03%	19,01%	4,96%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
A	0,00%	0,25%	83,76%	15,99%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Baa	0,00%	0,00%	2,96%	87,82%	9,21%	0,00%	0,00%	0,00%
Ba	0,00%	0,00%	0,00%	1,64%	85,23%	12,29%	0,00%	0,83%
B	0,00%	0,00%	0,00%	2,16%	4,31%	87,03%	5,76%	0,74%
Caa-C	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	17,64%	52,91%	29,45%

Nota: Probabilidade de transição com base na matriz do ano 2012 estimada pela Standard & Poor's, 2012.

Tabela A.8. Matriz de Transição de 2012, estimada pela Moody's

Probabilidade de Transição Média ao fim de um ano, 2012 (Moody's)								
Rating Inicial	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Default
Aaa	73,30%	26,38%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Aa	0,00%	69,70%	25,19%	4,83%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
A	0,00%	0,79%	83,84%	14,27%	0,79%	0,00%	0,00%	0,00%
Baa	0,00%	0,00%	1,09%	95,06%	3,28%	0,25%	0,00%	0,08%
Ba	0,00%	0,00%	0,00%	8,09%	80,95%	9,10%	1,35%	0,17%
B	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,09%	86,06%	8,20%	0,50%
Caa-C	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	10,34%	56,57%	33,10%

Nota: Probabilidade de transição com base na matriz do ano 2012 estimada pela Moody's Investor Service, 2012.

Tabela A.9. Matriz de Transição de 2012, estimada pela Fitch

Probabilidade de Transição Média ao fim de um ano, 2012 (Fitch)								
Rating Inicial	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Default
Aaa	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Aa	0,00%	86,84%	9,65%	3,51%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
A	0,00%	0,56%	92,38%	7,05%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Baa	0,00%	0,11%	1,38%	95,02%	3,18%	0,32%	0,00%	0,00%
Ba	0,00%	0,00%	0,00%	8,70%	86,19%	4,60%	0,51%	0,00%
B	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	4,82%	88,86%	4,52%	1,81%
Caa-C	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	2,70%	16,22%	48,65%	32,43%

Nota: Probabilidade de transição com base na matriz do ano 2012 estimada pela Fitch, 2012.

Tabela A.10. Variação das Probabilidades de Transição (Matriz da Moody's 2012 Vs. Cenário Base)

Rating Inicial	Rating ao fim de um ano							
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Default
A	-0,03%	-1,70%	-7,82%	10,19%	-0,38%	-0,16%	-0,02%	-0,07%
Baa	-0,01%	-0,13%	-0,82%	-3,08%	5,06%	-0,65%	-0,15%	-0,24%
Ba	-0,02%	-0,04%	-0,17%	-4,09%	0,93%	4,32%	-0,80%	-0,13%

Tabela A.11. Variação das Probabilidades de Transição (Matriz da S&P 2012 Vs. Cenário Base)

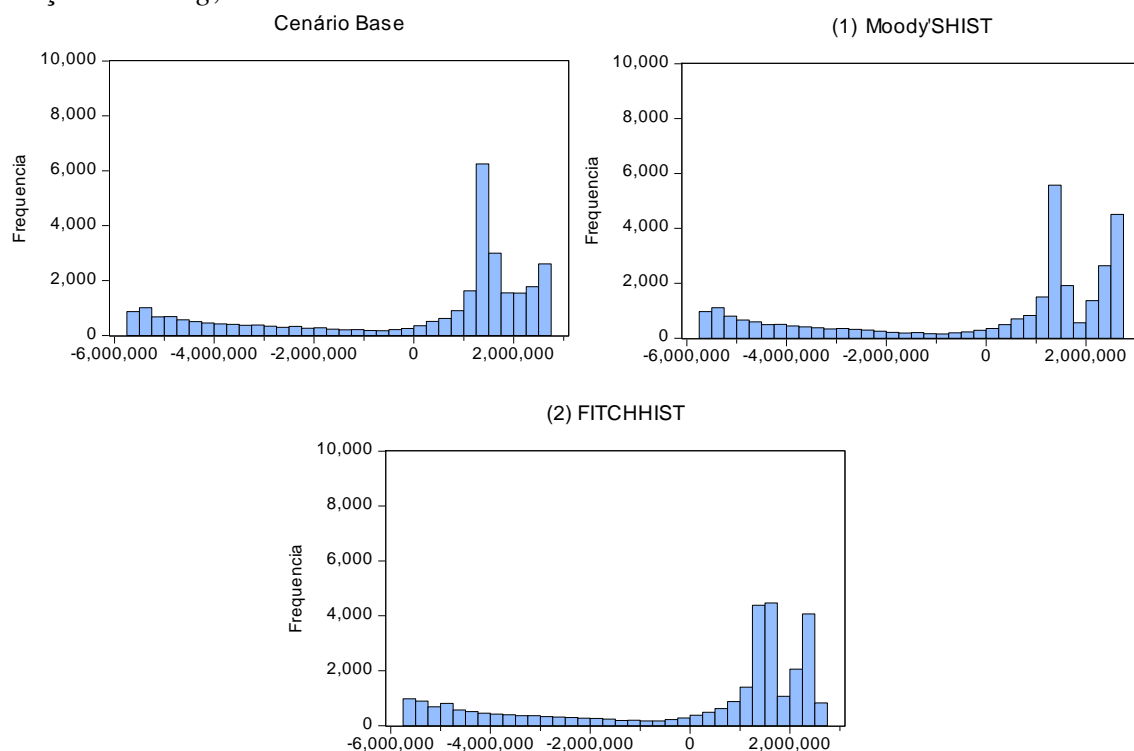
Rating Inicial	Rating ao fim de um ano							
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Default
A	-0,03%	-1,16%	-7,74%	8,47%	0,41%	-0,16%	-0,02%	-0,07%
Baa	-0,01%	-0,13%	-2,69%	4,16%	-0,87%	-0,40%	-0,15%	-0,16%
Ba	-0,02%	-0,04%	-0,17%	2,36%	-3,35%	1,13%	0,55%	-0,79%

Tabela A.12. Variação das Probabilidades de Transição (Matriz da Fitch 2012 Vs. Cenário Base)

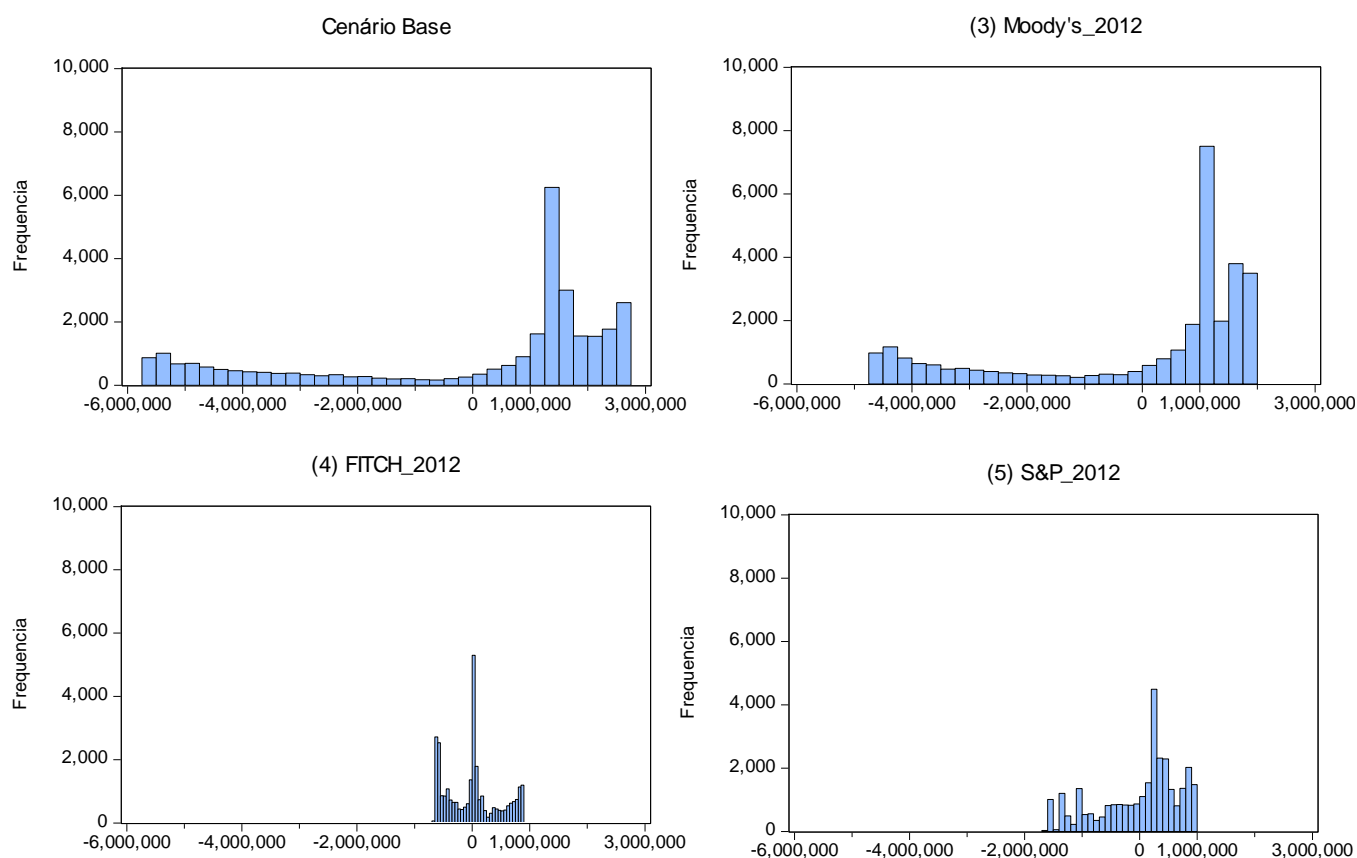
Rating Inicial	Rating ao fim de um ano							
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Default
A	-0,03%	-1,39%	0,80%	1,25%	-0,38%	-0,16%	-0,02%	-0,07%
Baa	-0,01%	-0,02%	-2,40%	4,12%	-0,97%	-0,33%	-0,15%	-0,24%
Ba	-0,02%	-0,04%	-0,17%	2,97%	1,89%	-3,37%	-0,29%	-0,96%

Tabela A.13. Matriz de Correlação²³

			1.1	1.2	2	3.1	3.2	3.3	3.4	4	5	6	7	8	9	10	11	12.1	12.2	12.3	12.4	13	14.1	14.2	15	16	17.1	17.2	18	19.1	19.2	20.1	20.2	21	22	23	24	25
Espanha	Govern	1.1	1,00	1,00	0,70	0,96	0,96	0,96	0,96	0,77	0,56	0,66	0,80	0,91	0,72	0,81	0,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,92	0,78	0,78	0,52	0,66	0,55	0,55	0,72	0,19	0,19	0,45	0,45	0,52	0,31	0,49	0,64	0,48
	Govern	1.2	1,00	1,00	0,70	0,96	0,96	0,96	0,96	0,77	0,56	0,66	0,80	0,91	0,72	0,81	0,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,92	0,78	0,78	0,52	0,66	0,55	0,55	0,72	0,19	0,19	0,45	0,45	0,52	0,31	0,49	0,64	0,48
	Com.Se	2	0,70	0,70	1,00	0,68	0,68	0,68	0,68	0,60	0,90	0,50	0,48	0,56	0,51	0,60	0,56	0,46	0,46	0,46	0,46	0,80	0,56	0,56	0,24	0,77	0,24	0,24	0,61	0,18	0,18	0,24	0,24	0,82	0,67	0,09	0,52	0,36
	Financ.	3.1	0,96	0,96	0,68	1,00	1,00	1,00	1,00	0,76	0,54	0,59	0,73	0,85	0,69	0,73	0,61	0,95	0,95	0,95	0,95	0,84	0,73	0,73	0,53	0,62	0,56	0,56	0,68	0,20	0,20	0,48	0,48	0,49	0,30	0,49	0,61	0,46
	Financ.	3.2	0,96	0,96	0,64	1,00	1,00	1,00	1,00	0,76	0,54	0,59	0,73	0,85	0,69	0,73	0,61	0,95	0,95	0,95	0,95	0,84	0,73	0,73	0,53	0,62	0,56	0,56	0,68	0,20	0,20	0,48	0,48	0,49	0,30	0,49	0,61	0,46
	Financ.	3.3	0,96	0,96	0,64	1,00	1,00	1,00	1,00	0,76	0,54	0,59	0,73	0,85	0,69	0,73	0,61	0,95	0,95	0,95	0,95	0,84	0,73	0,73	0,53	0,62	0,56	0,56	0,68	0,20	0,20	0,48	0,48	0,49	0,30	0,49	0,61	0,46
	Financ.	3.4	0,96	0,96	0,64	1,00	1,00	1,00	1,00	0,76	0,54	0,59	0,73	0,85	0,69	0,73	0,61	0,95	0,95	0,95	0,95	0,84	0,73	0,73	0,53	0,62	0,56	0,56	0,68	0,20	0,20	0,48	0,48	0,49	0,30	0,49	0,61	0,46
	Financ.	4	0,77	0,77	0,60	0,76	0,76	0,76	0,76	1,00	0,51	0,48	0,60	0,68	0,64	0,59	0,62	0,75	0,75	0,75	0,75	0,66	0,59	0,59	0,43	0,48	0,43	0,43	0,58	0,18	0,18	0,42	0,42	0,42	0,23	0,38	0,45	0,32
	Financ.	5	0,56	0,56	0,90	0,54	0,54	0,54	0,54	0,51	1,00	0,40	0,45	0,46	0,48	0,50	0,36	0,52	0,52	0,52	0,52	0,49	0,44	0,44	0,29	0,40	0,32	0,32	0,51	0,13	0,13	0,26	0,26	0,37	0,25	0,30	0,40	0,30
	Utilities	6	0,66	0,66	0,50	0,59	0,59	0,59	0,59	0,48	0,40	1,00	0,64	0,64	0,80	0,57	0,36	0,57	0,57	0,57	0,57	0,59	0,61	0,61	0,32	0,48	0,34	0,34	0,56	0,24	0,24	0,26	0,26	0,44	0,25	0,35	0,44	0,36
	Utilities	7	0,80	0,80	0,48	0,73	0,73	0,73	0,73	0,60	0,45	0,64	1,00	0,79	0,62	0,68	0,46	0,72	0,72	0,72	0,72	0,74	0,70	0,70	0,41	0,54	0,41	0,41	0,63	0,21	0,21	0,38	0,38	0,51	0,28	0,33	0,54	0,39
	Utilities	8	0,91	0,91	0,56	0,85	0,85	0,85	0,85	0,68	0,46	0,64	0,79	1,00	0,67	0,75	0,53	0,84	0,84	0,84	0,84	0,86	0,77	0,77	0,45	0,61	0,47	0,47	0,67	0,15	0,15	0,41	0,41	0,51	0,29	0,43	0,55	0,41
	Financ.	9	0,72	0,72	0,51	0,69	0,69	0,69	0,69	0,64	0,48	0,80	0,62	0,67	1,00	0,60	0,50	0,69	0,69	0,69	0,69	0,64	0,58	0,58	0,40	0,48	0,43	0,43	0,58	0,15	0,15	0,37	0,37	0,45	0,22	0,35	0,44	0,33
	Energy	10	0,81	0,81	0,60	0,73	0,73	0,73	0,73	0,59	0,50	0,57	0,68	0,75	0,60	1,00	0,44	0,72	0,72	0,72	0,72	0,74	0,64	0,64	0,36	0,51	0,40	0,40	0,59	0,10	0,10	0,33	0,33	0,41	0,28	0,37	0,49	0,36
	Financ.	11	0,63	0,63	0,56	0,61	0,61	0,61	0,61	0,62	0,36	0,36	0,46	0,53	0,50	0,44	1,00	0,61	0,61	0,61	0,61	0,52	0,44	0,44	0,28	0,37	0,31	0,31	0,44	0,12	0,12	0,32	0,32	0,30	0,18	0,30	0,35	0,27
	Financ.	12.1	0,96	0,96	0,46	0,95	0,95	0,95	0,95	0,75	0,52	0,57	0,72	0,84	0,69	0,72	0,61	1,00	1,00	1,00	1,00	0,84	0,72	0,72	0,51	0,62	0,56	0,56	0,19	0,21	0,21	0,45	0,45	0,45	0,28	0,46	0,60	0,44
Financ.	12.2	0,96	0,96	0,46	0,95	0,95	0,95	0,95	0,75	0,52	0,57	0,93	0,84	0,69	0,72	0,61	1,00	1,00	1,00	1,00	0,84	0,72	0,72	0,51	0,62	0,56	0,56	0,19	0,21	0,21	0,45	0,45	0,45	0,28	0,46	0,60	0,44	
Financ.	12.3	0,96	0,96	0,46	0,95	0,95	0,95	0,95	0,75	0,52	0,57	0,83	0,84	0,69	0,72	0,61	1,00	1,00	1,00	1,00	0,84	0,72	0,72	0,51	0,62	0,56	0,56	0,19	0,21	0,21	0,45	0,45	0,45	0,28	0,46	0,60	0,44	
Financ.	12.4	0,96	0,96	0,46	0,95	0,95	0,95	0,95	0,75	0,52	0,57	0,72	0,84	0,69	0,72	0,61	1,00	1,00	1,00	1,00	0,84	0,72	0,72	0,51	0,62	0,56	0,56	0,19	0,21	0,21	0,45	0,45	0,45	0,28	0,46	0,60	0,44	
Itália	Commu	13	0,92	0,92	0,80	0,84	0,84	0,84	0,84	0,66	0,49	0,59	0,74	0,86	0,64	0,74	0,52	0,84	0,84	0,84	0,84	1,00	0,74	0,74	0,46	0,68	0,49	0,49	0,67	0,15	0,15	0,39	0,39	0,49	0,29	0,43	0,59	0,44
	Utilities	14.1	0,78	0,78	0,56	0,73	0,73	0,73	0,73	0,59	0,44	0,61	0,70	0,77	0,58	0,64	0,44	0,72	0,72	0,72	0,72	0,74	1,00	1,00	0,45	0,65	0,46	0,46	0,65	0,20	0,20	0,36	0,36	0,49	0,27	0,39	0,55	0,42
	Utilities	14.2	0,78	0,78	0,56	0,73	0,73	0,73	0,73	0,59	0,44	0,61	0,70	0,77	0,58	0,64	0,44	0,72	0,72	0,72	0,72	0,74	1,00	1,00	0,45	0,65	0,46	0,46	0,65	0,20	0,20	0,36	0,36	0,49	0,27	0,39	0,55	0,42
	Financ.	15	0,52	0,52	0,24	0,53	0,53	0,53	0,53	0,43	0,29	0,32	0,41	0,45	0,40	0,36	0,28	0,51	0,51	0,51	0,51	0,46	0,45	0,45	1,00	0,44	0,41	0,41	0,36	0,16	0,16	0,27	0,27	0,27	0,16	0,30	0,37	0,32
	Commu	16	0,66	0,66	0,77	0,62	0,62	0,62	0,62	0,48	0,40	0,48	0,54	0,61	0,48	0,51	0,37	0,62	0,62	0,62	0,62	0,68	0,65	0,65	0,44	1,00	0,41	0,41	0,58	0,18	0,18	0,30	0,30	0,46	0,25	0,37	0,45	0,39
Portugal	Financ.	17.1	0,55	0,55	0,24	0,56	0,56	0,56	0,56	0,43	0,32	0,34	0,41	0,47	0,43	0,40	0,31	0,56	0,56	0,56	0,56	0,49	0,46	0,46	0,41	0,41	1,00	1,00	0,44	0,14	0,14	0,28	0,28	0,27	0,21	0,32	0,41	0,35
	Financ.	17.2	0,55	0,55	0,24	0,56	0,56	0,56	0,56	0,43	0,32	0,34	0,41	0,47	0,43	0,40	0,31	2,09	2,09	2,09	2,09	0,49	0,46	0,46	0,41	0,41	1,00	1,00	0,44	0,14	0,14	0,28	0,28	0,27	0,21	0,32	0,41	0,35
	Financ.	18	0,72	0,72	0,61	0,68	0,68	0,68	0,68	0,58	0,51	0,56	0,63	0,67	0,58	0,59	0,44	0,19	0,19	0,19	0,19	0,67	0,65	0,65	0,36	0,58	0,44	0,44	1,00	0,28	0,28	0,54	0,54	0,77	0,37	0,40	0,57	0,42
	Financ.	19.1	0,19	0,19	0,18	0,20	0,20	0,20	0,20	0,18	0,13	0,24	0,21	0,15	0,15	0,10	0,12	0,21	0,21	0,21	0,21	0,15	0,20	0,20	0,16	0,18	0,14	0,14	0,28	1,00	1,00	0,26	0,26	0,13	0,18	0,12	0,18	0,18
	Financ.	19.2	0,19	0,19	0,18	0,20	0,20	0,20	0,20	0,18	0,13	0,24	0,21	0,15	0,15	0,10	0,12	0,50	0,50	0,50	0,50	0,15	0,20	0,20	0,16	0,18	0,14	0,14	0,28	1,00	1,00	0,26	0,26	0,13	0,18	0,12	0,18	0,18
Reino Unido	Financ.	20.1	0,45	0,45	0,24	0,48	0,48	0,48	0,48	0,42	0,26	0,26	0,38	0,41	0,37	0,33	0,32	0,45	0,45	0,45	0,45	0,39	0,36	0,36	0,27	0,30	0,28	0,28	0,54	0,26	0,26	1,00	1,00	0,36	0,21	0,29	0,35	0,19
	Financ.	20.2	0,45	0,45	0,24	0,48	0,48	0,48	0,48	0,42	0,26	0,26	0,38	0,41	0,37	0,33	0,32	0,45	0,45	0,45	0,45	0,39																

Figura A.3. Histogramas das distribuições dos retornos relativos à variação das matrizes de transição de *rating*, matrizes históricas.**Tabela A.14.** Descrição estatística das distribuições dos retornos relativos à variação das matrizes de transição de *rating*, matrizes históricas.

	Cenário Base	(1) Moody's_HIST	(2) Fitch_HIST
Média	2,26E-07	414,0686	3,67E-07
Mediana	1.405.341	1.388.232	1.459.481
Máximo	2.715.612	2.635.176	2.542.997
Mínimo	-5.588.045	-5.616.552	-5.536.155
Desvio Padrão	2.664.602	2.781.168	2.687.777
Skewness	-1,003799	-0,928152	-0,997985
Kurtosis	2,434177	2,273636	2,384167
Jarque-Bera	5.438,255	4.966,834	5.453,929
Probabilidade	0,000000	0,000000	0,000000
Soma	0,006782	12.422.057	0,011010
Soma Sq. Dev	2,13E+17	2,32E+17	2.17E+17
Observações	30000	30000	30000

Figura A.4. Histogramas das distribuições dos retornos relativos à variação das matrizes de transição de *rating*, matrizes de 2012.**Tabela A.15.** Descrição estatística das distribuições dos retornos relativos à variação das matrizes de transição de *rating*, matrizes de 2012.

	Cenário Base	(3) Moody's_2012	(4) Fitch_2012	(5) S&P_2012
Média	2,26E-07	4,10E-07	-1,82E-07	7,83E-08
Mediana	1.405.341	1.129.629	20.599	256.626
Máximo	2.715.612	1.869.478	873.469,8	917.603,9
Mínimo	-5.588.045	-4.582.224	-682.008,5	-1.618.050
Desvio Padrão	2.664.602	2.111.182	463.100,1	698.009,6
Skewness	-1,003799	-1,133305	0,338566	-0,743707
Kurtosis	2,434177	2,682567	2,113295	2,511695
Jarque-Bera	5.438,255	6.547,858	1.555,942	3.063,551
Probabilidade	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
Soma	0,006782	0,012298	-0,005477	0,002346
Soma Sq. Dev	2,13E+17	1,34E+17	6,43E+15	1,46E+16
Observações	30.000	30.000	30.000	30.000

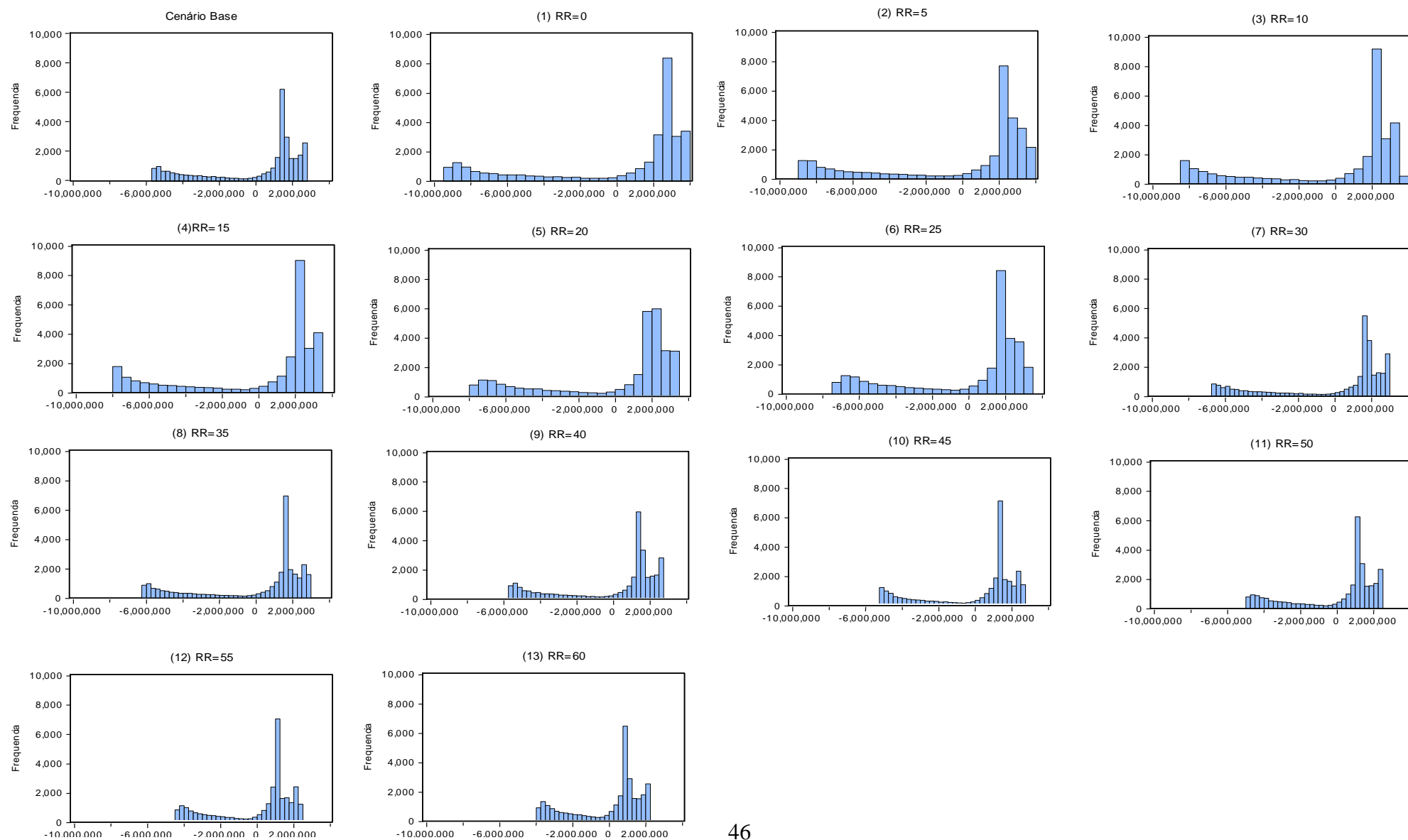
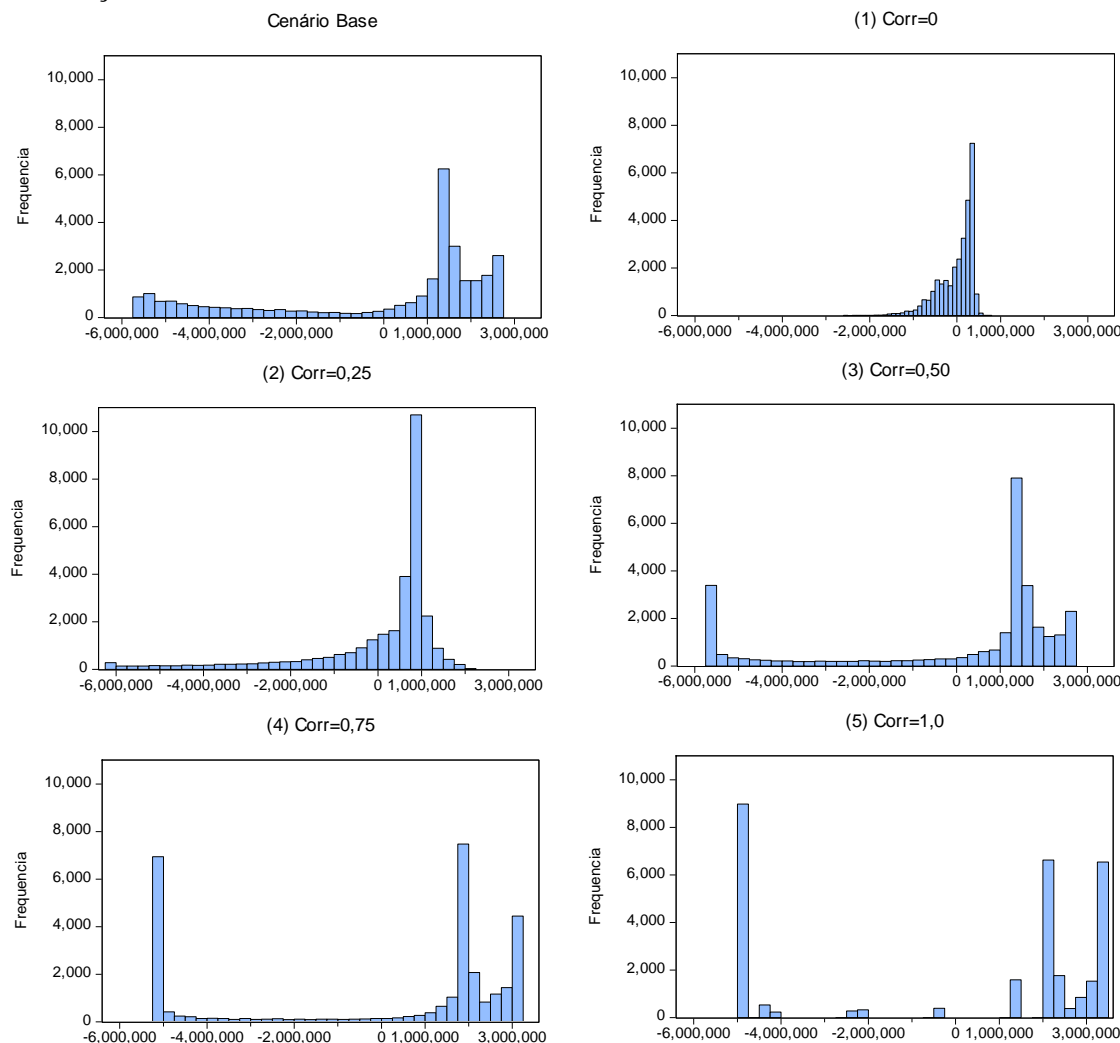
Figura A.5. Histogramas das distribuições dos retornos relativos à variação da taxa de recuperação.

Tabela A.16. Descrição estatística das distribuições dos retornos relativas à variação da taxa de recuperação.

	Cenário Base	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
Média	2,26E-07	-3,31E-08	-8,70E-08	1,63E-07	-1,94E-07	1,71E-07	-3,55E-08	-1,13E-07	2,36E-07	-8,95E-08	1,27E-07	1,44E-07	3,80E-08	7,79E-08
Mediana	1.405.341	2.491.730	2.358.962	2.226.081	2.093.201	1.960.447	1.827.626	1.694.746	1.562.445	1.429.593	1.297.091	1.164.899	1.032.270	899.389,8
Máximo	2.715.612	3.802.896	3.670.016	3.537.135	3.404.255	3.271.374	3.138.493	3.005.613	2.872.732	2.739.852	2.606.971	2.474.091	2.341.210	2.208.330
Mínimo	-5.588.045	-9.339.137	-8.881.032	-8.422.927	-7.964.822	-7.506.717	-7.048.612	-6.590.507	-6.132.402	-5.674.297	-5.216.192	-4.758.086	-4.299.981	-3.845.370
Desvio Padrão	2.664.602	4.358.632	4.151.631	3.944.762	3.738.047	3.531.512	3.325.192	3.119.129	2.913.378	2.708.009	2.503.117	2.298.829	2.095.323	1.892.849
Skewness	-1,003799	-1,107970	-1,101140	-1,093410	-1,084600	-1,074482	-1,062763	-1,049060	-1,032864	-1,013491	-0,989997	-0,961056	-0,924761	-0,878291
Kurtosis	2,434177	2,571411	2,561591	2,550659	2,538424	2,524654	2,509059	2,491281	2,470865	2,447239	2,419675	2,387249	2,348801	2,302921
Jarque-Bera	5.438,255	6.367,594	6.302,803	6.230,115	6.148,104	6.055,003	5.948,605	5.826,125	5.684,022	5.517,750	5.321,441	5.087,475	4.805,989	4.464,377
Probab.	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
Soma	0,006782	-0,001005	-0,002615	0,004890	-0,005828	0,005149	-0,001056	-0,003388	0,007076	-0,002692	0,003800	0,004319	0,001145	0,002329
Soma Sq. Dev	2,13E+17	5,70E+17	5,17E+17	4,67E+17	4,19E+17	3,74E+17	3,32E+17	2,92E+17	2,55E+17	2,20E+17	1,88E+17	1,59E+17	1,32E+17	1,07E+17
Observ.	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000

Figura A.6. Histogramas das distribuições dos retornos relativos à variação da correlação.**Tabela A.17.** Descrição estatística das distribuições dos retornos relativos à variação da correlação.

	Cenário Base	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Média	-5,97E-05	-0,001330	0,000640	0,000735	0,001123	-0,001446
Mediana	1.405.341,0	141.645,7	725.425,2	1.425.856,0	1.812.755,0	2.036.318,0
Máximo	2.715.612,0	735.799,1	2.053.382,0	2.710.590,0	3.097.490,0	3.321.053,0
Mínimo	-5.588.045,0	-2.574.099,0	-6.248.645,0	-5.593.067,0	-5.206.167,0	-4.982.604,0
Desvio Padrão	2.664.602,0	398.279,8	1.601.831,0	2.763.835,0	3.294.754,0	3.542.782,0
Skewness	-1,003799	-1,360086	-2,086897	-1,162400	-0,782892	-0,592046
Kurtosis	2,434177	4,789965	6,934617	2,748356	1,805798	1,480556
Jarque-Bera	5.438,255	1.3254,140	4.1127,220	6.835,023	4.847,251	4.638,476
Probability	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
Soma	-1,790455	-39,91000	19,19000	22,06001	33,68005	-43,39003
Soma Sq. Dev.	2,13E+17	4,76E+15	7,70E+16	2,29E+17	3,26E+17	3,77E+17
Observações	30000	30000	30000	30000	30000	30000